

## УЧЕТ МЕЛКОКАПЕЛЬНОЙ ФРАКЦИИ В ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОЖДЕВЫХ КАПЕЛЬ ПО РАЗМЕРАМ ДЛЯ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ДИАПАЗОНА ВОЛН

Ю. И. Малышенко, А. Н. Роечко

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*  
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: [rk@ire.kharkov.ua](mailto:rk@ire.kharkov.ua)

Проанализированы функции распределения дождевых капель по размерам, наиболее часто используемым при прогнозировании качества работы микроволновых радиолокационных и связных систем в дождевых условиях. Показано, что большинство функций распределения недостаточно точно отражают реальное количество мелких дождевых капель. Предложена новая функция распределения для использования в коротковолновой части миллиметрового и в терагерцевом диапазонах волн, учитывающая наличие мелких дождевых капель. Ил. 4. Табл. 2. Библиогр.: 25 назв.

**Ключевые слова:** радиометеорология, дистанционное зондирование Земли, радиолокация, радиосвязь, функция распределения дождевых капель по размерам, терагерцевый диапазон электромагнитных волн.

Функция распределения дождевых капель по размерам  $N(D)$  является важной характеристикой в метеорологии дождевых и облачных образований, позволяющая глубже понять физику их возникновения и динамику развития. Она входит в выражения интенсивности дождя  $R = \pi/6 \sum D^3 N(D) \Delta D$  и водности единицы объема

дождя и облака  $W = \pi/6 \rho_{\text{воды}} \sum D^3 N(D) \Delta D$

или  $W = \pi/6000 \rho_{\text{воды}} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} D^3 N(D) dD$  г/м<sup>3</sup>, если  $D$

выразить в миллиметрах (мм), а плотность воды в г/см<sup>3</sup>.

Эта метеорологическая характеристика давно и прочно вошла в сферу интересов специалистов в области радиолокации и радиосвязи, которым приходится учитывать ослабление и рассеяние сантиметровых и мм волн дождевыми каплями. Для этого применяются следующие формулы [1]:

$$\gamma_{\text{осл}}(\lambda) = 10^4 \lg e \sum N(D_i) C_{\text{осл}}(\lambda, D_i) \Delta D_i, \text{ дБ/км}$$

$$\text{и } \eta(\lambda) = \sum N(D_i) \sigma_{\text{рлс}}(\lambda, D_i) \Delta D_i, \text{ м}^{-1}.$$

В вышеприведенные выражения произведение  $N(D_i) \Delta D_i$  входит как равноправный множитель наряду с сечениями ослабления  $C_{\text{осл}}(\lambda, D_i)$  и рассеяния  $\sigma_{\text{рлс}}(\lambda, D_i)$  (м<sup>2</sup>) дождевых капель диаметрами  $D_i$  при длине волны  $\lambda$ .

Сама по себе функция распределения дождевых капель по размерам  $N(D)$  определяется эмпирически в каждом конкретном географическом районе при конкретных значениях интенсивности дождя  $R$  путем непосредственного подсчета тем или иным способом числа капель  $N_i$  с диаметрами  $D_i$  в интервале  $(D_i - \Delta D_i, D_i + \Delta D_i)$  в единице объема дождя.

Если количество капель в единичном интервале  $N_i/\Delta D$  отнести к полному числу капель  $N_{\text{полное}}$  то получим вероятностную дифференциальную плотность распределения дождевых капель, т. е.  $f(D) = (N_i/\Delta D)/N_{\text{полное}}$ . Напомним, что в вышеприведенных выражениях для  $\gamma$  и  $\eta$  число капель в единичном интервале обозначено через  $N(D_i) = f(D_i) N_{\text{полное}}$ .

В метеорологии наряду с дифференциальными функциями распределения применяют и интегральные  $F(D)$ , как в вышеприведенных выражениях для водности и интенсивности дождя, а также величины медианного диаметра  $D_0$ , который поровну делит количество выпадающей воды в более мелких и в более крупных каплях:

$$\int_{D_{\min}}^{D_0} D^3 N(D) dD = \int_{D_0}^{D_{\max}} D^3 N(D) dD$$

или  $F(D_0) = 1/2$ . Попутно отметим, что  $f(r) = 2f(D)$ , где  $r$  – радиус капли,  $F(D) = F(r)$  [2].

Изучив накопленные в метеорологии интегральные закономерности, физик-метеоролог А. Бест [3] сформулировал гипотезу, согласно которой переносимая в каждой единице объема дождя водность набирается каплями не с произвольными диаметрами, а подчиняющимися степенному спектру размеров. По его мнению, капли именно с такими диаметрами выживают в результате объективных физических процессов дробления и слияния при достаточно длительном совместном падении в атмосфере:

$$1 - F(D) = \exp(-D/a)^m, \quad (1)$$

где параметр  $a$ , зависящий от  $R$ , автор наряду с другими константами определил эмпирически, используя согласно [2] опубликованные к тому времени результаты измерений количества дож-

девых капель в Германии, Англии и США. Учет этого обстоятельства помог ему получить аналитическое выражение для одной из лучших в настоящее время функции рассеяния капель (ФРК). Далее кратко воспроизведем некоторые выкладки Беста для понимания свойств  $N(D)$ . Дифференцируя выражение (1) по диаметру, получаем дифференциальную плотность распределения водности [3]

$$w(D) = na^{-n}D^{n-1} \exp(-(D/a)^n). \quad (2)$$

Она отражает ту часть водности, которая приходится на интервал диаметров капель  $(D_i - \Delta D_i, D_i + \Delta D_i)$ . Соответственно,

$$W(D) = W_{\text{полн}} w(D) = W_{\text{полн}} na^{-n}D^{n-1} \exp(-(D/a)^n).$$

Водность, как уже отмечалось, непосредственно связана с  $N(D)$

$$W(D) = \pi/6 \times \rho_{\text{воды}} D^3 N(D), \text{ г/м}^3. \quad (3)$$

Откуда

$$N(D) = 6/\pi W_{\text{полн}} na^{-n}D^{n-4} \exp(-(D/a)^n). \quad (4)$$

Далее Бест воспользовался имевшимися в метеорологии эмпирическими зависимостями  $a = \alpha R^\beta$  [см] и  $W_{\text{полное}} = CR^\gamma$ , где  $R$  выражено в мм/ч. Подстановка их в (4) дает

$$N(D) = (6C/\pi)nD^{n-4}\alpha^{-n}R^{\gamma-n\beta} \times \exp(-\alpha^n R^{-n\beta} D^n), \text{ см}^{-4}. \quad (4, a)$$

Напомним, что все вошедшие в (4, a) константы Бест определил эмпирически.

Если перейти от использованной им размерности  $N(D)$  в  $\text{см}^{-4}$  к ныне общепринятой размерности в  $\text{м}^{-3}\text{мм}^{-1}$ , то получим следующие значения констант в формуле (4, a):  $n = 2,25$ ;  $\beta = 0,232$ ;  $r = 0,846$ ;  $c = 67$  и  $\alpha = 1,3$ . При этом диаметры капель в (4, a) необходимо выражать в мм, а водность вычислять по приведенной выше эмпирической зависимости  $W_{\text{полн}} = 67R^{0,846}$ ,  $\text{мм}^3/\text{м}^3$ . Например, интенсивности дождя  $R = 25$  мм/ч соответствует  $W_{\text{полн}}$  равное  $1 \text{ г/м}^3$ . После подстановки указанных констант в (4, a) функция распределения Беста приобретает вид

$$N(D) = 159,5461R^{0,324}D^{-1,75} \times \exp(-0,55415R^{-0,522}D^{2,25}), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1}. \quad (5)$$

Аналитическое выражение Беста с точки зрения математики относится к наиболее общему виду функций распределения – распределению Вейбулла [4]:

$$N(D) = N_0(c/b)(D/b)^{c-1} e^{-(D/b)^c}.$$

Распределение Беста сыграло важную роль в то время, не утратило актуальности сейчас и, конечно, войдет в перечень анализируемых ниже распределений. В этот перечень необходи-

мо обязательно включить исторически сформировавшиеся первыми и ставшие классическими распределения дождевых капель по размерам Маршалла-Пальмера (далее  $M-P$ ) [5] и Лауса-Парсонса (далее  $L-P$ ) [6]. В наиболее удобных на сегодняшний день редакциях Олсена [7] и де-Вольфа [8] они имеют вид

$$N(D)_{M-P} = 7300R^{0,056} \times \exp(-4,3DR^{-0,21}), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1} \quad (6)$$

и

$$N(D)_{L-P} = 19800R^{-0,384}D^{2,93} \times \exp(-5,38DR^{-0,186}), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1}. \quad (7)$$

Упомянутые три типа распределений, а также еще четыре из числа наиболее популярных в настоящее время в радиометеорологии приведены на рис. 1.

В состав последних включены: две разновидности логнормальных распределений – одно из работы [9]:

$$N(D) = N_{\text{полное}} / (\sigma D \sqrt{2\pi}) \times \exp((-1/2)(\ln(D/D_0)/\sigma)^2), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1}, \quad (8)$$

где  $N_{\text{полное}} = 194R^{0,3}$ ,  $D_0 = 0,63R^{0,23}$  и  $\sigma^2 = 0,191 - 0,011 \ln R$ , а второе – из работы [10]:

$$N(D) = N_{\text{полное}} / (D \ln \sigma \sqrt{2\pi}) \times \exp((-1/2)(\ln(D/D_0)/\ln \sigma)^2), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1}, \quad (8, a)$$

где  $N_{\text{полное}} = 172R^{0,22}$ ,  $D_0 = 0,72R^{0,23}$  и  $\ln \sigma = 0,357674$  и две разновидности распределений  $\Gamma$ -типа: одно – традиционно используемое из работы [9]:

$$N(D) = 8800R^{-0,13}D^\alpha \exp(-\Lambda D), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1}, \quad (9)$$

где  $\alpha = 172R^{0,19}$  и  $\Lambda = 4,05R^{-0,11}$ , а второе – недавно эмпирически полученное вблизи Парижа с использованием современных дидрометров [11, 12]:

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\Lambda D), \text{ м}^{-3}\text{мм}^{-1}, \quad (9, a)$$

где  $N_0 = 75,19R^{0,59}\Lambda^{\mu+1}\Gamma^{-1}(\mu+1)$ ,  $\mu = 1,09\Lambda R^{0,13} - 1$  и  $\Lambda = (1,3R^{0,15} - 1,2R^{0,16})^{-1}$ .

Из рис. 1 видно, что хотя распределения и получены разными авторами в различных географических зонах, они (распределения) отражают общие метеорологические закономерности.

В частности, это проявляется в группировке линий равной интенсивности в компактные полосы почти во всем спектре размеров капель, особенно в области средних и крупных капель, переносящих основную массу воды. Если не затрагивать несколько отличающееся распределение 7 (оно появилось недавно и еще не подкреплено достаточным объемом экспериментальных данных), можно сделать вывод, что все уради-

ционно используемые на протяжении десятков лет распределения 1–6 действительно вполне адекватно отражают природу дождей. Повышенная надежность в области средних и крупных капель обеспечила им успешное применение в радиометеорологии и при изучении распространения в дождях радиоволн микроволнового диапазона, излучение которого, в полном соответствии с теорией, «резонирует» на указанные крупные капли, практически не замечая мелких (диамет-

рами 0,5 мм и менее). Последнее обстоятельство даже несколько задержало изучение мелкокапельной фракции ФРК, так как тогда в этом не было практической потребности. Но, как видно из графиков на рис. 1, именно здесь наблюдаются наибольшие расхождения между группой распределений с максимумами вблизи средних капель (3–7) и группой распределений (1–2), в которых число мелких капель увеличивается (а не падает) с уменьшением их диаметров.

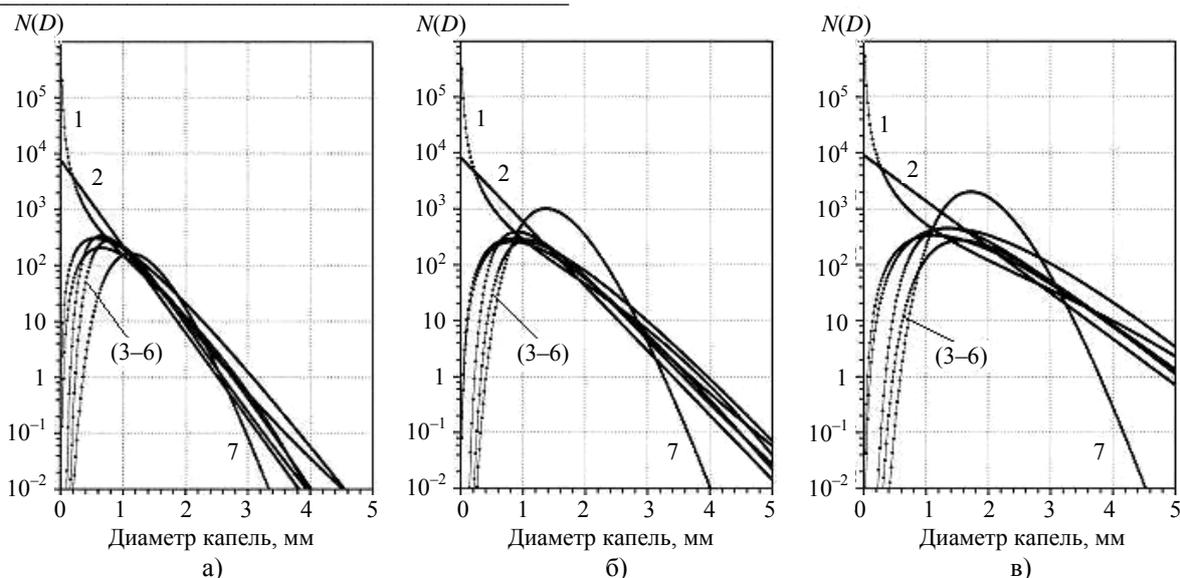


Рис. 1. Типовые распределения при разных значениях  $R$ : а) –  $R = 2,5$  мм/ч; б) –  $R = 10$  мм/ч; в) –  $R = 50$  мм/ч; 1 – Best [2], 2 –  $M-P$  [3], 3 –  $L-P$  [4], 4 – Lg- $N$  [9], 5 – Lg- $N$  [10], 6 –  $\Gamma$ -типа [9], 7 –  $\Gamma$ -типа [13]

**1. Сведения о мелких дождевых каплях.** Большинство вышеприведенных аналитических выражений для  $N(D)$  (6)–(9, а) отвечают намерениям их авторов адекватно отразить эмпирические данные о количестве основных дождевых капель диаметрами более 0,5 мм, т. е. дающих основной вклад в водность дождя. При этом в теоретических оценках влияния дождя на работу радиотехнических систем микроволнового диапазона опускался вклад мелких дождевых капель. И это было оправдано, так как в этом диапазоне их воздействие не сказывается.

Однако ситуация существенно меняется при рассмотрении таких оценок для более высокочастотного (терагерцевого) диапазона волн. Потребность в этом уже назрела в связи с интенсивным развитием и значительными успехами в освоении этого диапазона волн ([13]). В отличие от микроволнового диапазона, где длина волны сравнима с размером крупных и средних дождевых капель, в терагерцевом диапазоне длина волны соизмерима с диаметрами ранее не учитываемых мелких капель. В последних возникают известные резонансы Ми, что определяет их основной вклад в затухания излучения в субмиллимет-

ровом диапазоне [4, 12, 14]. Игнорирование этого обстоятельства в распределениях  $M-P$  и  $L-P$  вызывает критику со стороны авторов этих работ и других [15, 16].

Итак, в терагерцевом диапазоне принципиально важным становится качественный учет мелких капель в функции распределения по размерам. Для подтверждения этого можно повторить численный эксперимент для терагерцевого диапазона, по аналогии с тем, который был выполнен в работе [16] для волн мм диапазона. В основу эксперимента положена следующая гипотеза. Одна и та же интенсивность дождя представляется монодисперсными каплями все уменьшающегося диаметра. При этом следует обратить внимание на то, как изменение диаметра влияет на положение максимумов ослабления, т. е. смещение резонансов Ми с ростом частоты в терагерцевом диапазоне. На рис. 2 приведены три кривые для частот 36, 60 и 100 ГГц из работы [16] в пересчете к интенсивности дождя  $R = 1,25$  мм/ч и добавлены еще две для частот 0,36 и 0,6 ТГц. Видно, что если в мм диапазон наибольшее затухание вносят капли диаметром 2 мм в диапазоне 36 ГГц, 1,25 мм в диапазоне 60 ГГц и 0,8 мм в

диапазоне 100 ГГц, то в терагерцевом диапазоне – это капли диаметром 0,2 мм в диапазоне 0,36 ТГц и более мелкие для 0,6 ТГц.

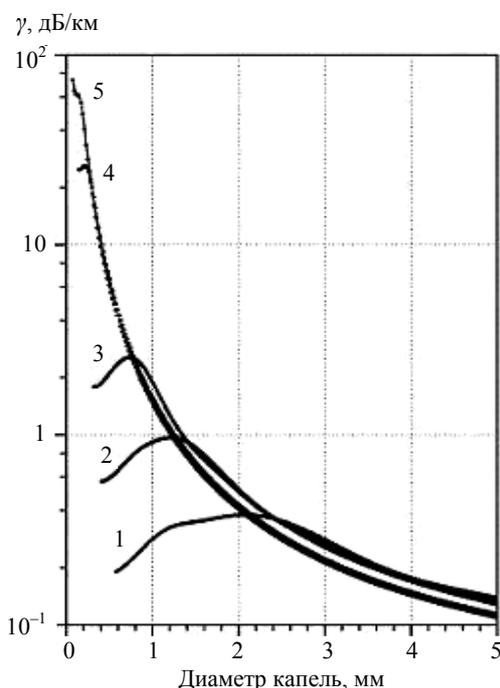


Рис. 2. Затухание как функция размера капель для монодисперсного дождя с фиксированным значением интенсивности  $R = 1,25$  мм/ч: 1 –  $f = 36$  ГГц; 2 –  $f = 60$  ГГц; 3 –  $f = 100$  ГГц; 4 –  $f = 360$  ГГц; 5 –  $f = 600$  ГГц

О том, что мелкие капли реально присутствуют в дождях, отмечали многие исследователи. Признанный авторитет в области изучения взаимодействия электромагнитного излучения оптического и радиодиапазонов с облачными и дождевыми каплями Дейрменджан в работе [17] приводит качественный график, предназначенный для иллюстрации непрерывности перехода от облачных капель к дождевым. На нем автор проводит условную границу в области диаметров капель в 50 микрон (0,05 мм). Более крупные капли он считает дождевыми, так как в условиях земной атмосферы они приобретают устойчивую и уже достаточно заметную скорость осаждения  $\approx 0,1$  м/с. Количество этих капель, по его мнению, очень велико – до нескольких сотен тысяч в кубическом метре дождя (в расчете на стандартный интервал диаметров  $\Delta D = 1$  мм). Это же следует из современных экспериментальных работ [18–21], из которых ясно, что именно в этой ранее мало изученной части спектра размеров дождевых капель как раз и располагаются достаточно узкие максимумы – чаще всего в области диаметров 0,1...0,3 мм [17, 19, 20]. В очень сильных дождях эти максимумы смещены в сторону больших значений диаметров. Математические выражения

для их описания приведены ниже. Сам факт наличия большого числа малоизученных мелких дождевых капель выдвигает перед метеорологами острую потребность в развитии достаточно точных методик их измерений.

Единственным на сегодня приемлемым методом регистрации очень мелких дождевых капель признан метод улавливания в стеклянные кюветы с касторовым маслом, фотографирования с последующим подсчетом количества капель под микроскопом. С помощью этого метода можно надежно фиксировать все размеры мелких дождевых капель. Этот метод впервые был использован Е. А. Поляковой [18] еще в 1953 г. Впоследствии он получил развитие в Японии в [21] в 1977 г., в Китае [22].

При этом авторы работы [21] уделили специальное внимание совершенствованию метода: подобрали краситель для масла, повышающий контрастность изображений капель на слайдах, а также такую степень вязкости масла, при которой исключалось разбрызгивание капель диаметрами 0,05...3,5 мм при их падении с высоты 14 м, что достаточно для достижения установившейся скорости падения. Эти усовершенствования позволили выполнить более обширные исследования. Получено более 100 спектров с интенсивностью дождя до 50 мм/ч. В области мелких дождевых капель проведены более качественные измерения, чем в работе Е. А. Поляковой [18]. Поэтому в данной работе в качестве базовых взяты результаты измерений [21], представленные на рис. 3.

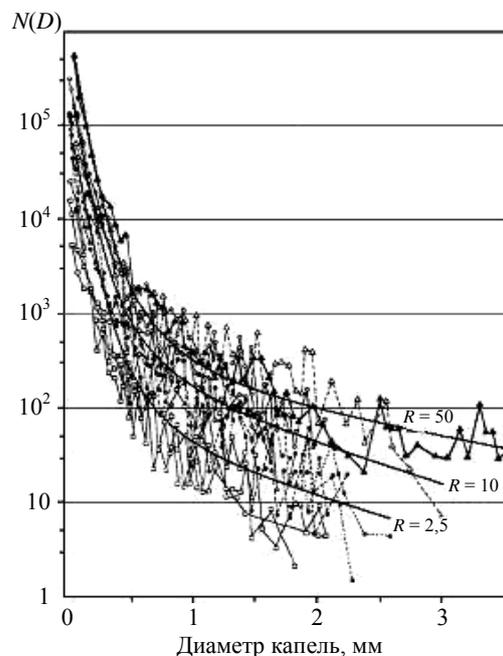


Рис. 3. Результаты измерений Угаи-Като [21]. Значения интенсивности дождя  $R$  в мм/ч: — 46,4; - - - 32,2; — 5,6...7,1; - - - 3,6...5,6; — 0,3...1,1

Для дальнейшего применения все эти данные были разбиты по трем градациям интенсивности дождей (2,5; 10 и 50 мм/ч), оцифрованы и далее подвергнуты статистической обработке с целью получения среднеквадратичных аппроксимаций (трендов) согласно работе [23]. Полученные результаты представлены также в табличной форме (табл. 1) и нанесены на рис. 3 (сплошные линии). В дальнейшем из них будет использована лишь мелкокапельная часть. Из-за недостаточной представительности данных [21] для области крупных и средних капель целесообразнее использовать одно из статистически обеспеченных и многократно проверенных распределений [3, 8–10].

Таблица 1  
Экспериментальные данные Угаи-Като

D, мм	R, мм/ч		
	2,5	10	50
0,05	21000	130000	600000
0,1	3790	110000	251000
0,2	2000	26400	43100
0,3	766	7390	14400
0,4	293	3160	6410
0,5	173	1620	3620
0,6	163	1130	2140
0,7		695	1460
0,8		469	1050
0,9			751
1,0			513

**2. Функция распределения с учетом мелких дождевых капель.** Если сравнить рис. 3 с ранее представленным рис. 1, на котором нанесены популярные и ныне принятые в микроволновом диапазоне функции распределения, видно, что ни одно из них не отражает истинный (эмпирический) ход в области мелких дождевых капель. Так, распределение *M-P* ограничено более низкими значениями  $N(D)$  – около 8000; все распределения  $\Gamma$ -типа и логнормальные даже в области своих максимумов ограничены значениями  $N(D)$  – около 2000, в то время как из данных работы [21] следует, что максимальное значение  $N(D)$  должно быть на несколько порядков больше (до  $10^5$ ). Следовательно, ни одно из распределений этой группы прямо и непосредственно не может быть применено в терагерцевом диапазоне волн.

Из представленных на рис. 1 функций распределения к истинным значениям количества мелких капель приближается лишь распределение Беста: оно дает значение  $1,5 \cdot 10^5$ , что близко к максимальным значениям из работы [21] –  $6 \cdot 10^5$ . Это распределение и в области крупных капель практически не уступает современным распределениям – логнормальному и  $\Gamma$ -типа. Это уникальное, не потерявшее актуальности распределение, но и оно не лишено недостатков. Во-первых, оно дает неопределенность при  $D \rightarrow 0$ , но в приме-

нении к спектру дождевых капель этот недостаток не создает проблем, так как их размеры, как уже отмечалось, согласно [17] ограничены снизу значением в 50 микрон. Во-вторых, лежащее в основе распределения математическое выражение не может воспроизвести максимум в области диаметров капель 100–200 микрон, что было бы желательно с точки зрения приближения к реальной ситуации [17, 19, 20]. И, наконец, самое главное – близость данных Беста и работы [21] в области мелких капель следует рассматривать скорее как случайность или, в лучшем случае, как интуитивно разумную экстраполяцию Беста на область мелких капель, потому что в то время не было ни сведений о настолько мелких каплях, ни технических средств для их получения. Однако, несмотря на это, удовлетворительная работа этого распределения в области мелких капель делает его вполне приемлемым первым приближением при оценке степени влияния дождей на работу радиотехнических систем терагерцевого диапазона.

Перейдем к получению нового распределения, которое, в отличие от представленных на рис. 1, будет учитывать достаточно качественные эмпирические данные в мелкокапельной области. Для этого данные из работы [21] аппроксимируем аналитическим выражением, которое воспроизводит максимумы  $N(D)$  в области мелких капель 0,1...0,2 мм, их смещение в сторону больших диаметров капель в более сильных дождях [17] и, конечно, совпадение амплитуд с измеренными в работе [21] максимальными значениями числа капель в каждой из градаций интенсивности дождя.

Воспользуемся имеющимся в литературе по поглощению электромагнитного излучения мм и терагерцевого диапазонов в водяных парах земной атмосферы аналитическим выражением для фактора формы линий поглощения Е. П. Гросса [24]

$$f(\nu, \nu_0) = 4A\nu^2 \frac{\Delta\nu}{\pi} \left[ \frac{1}{(\nu^2 - \nu_0^2)^2 + 4\nu^2(\Delta\nu)^2} \right], \quad (10)$$

где  $\nu_0$  – резонансная частота линии;  $\Delta\nu$  – параметр полуширины линий, составляющий в этом случае значение порядка 1 % от  $\nu_0$ ;  $A$  – константа, описывающая остальные спектроскопические параметры линии поглощения.

В применении к функции распределения капель по размерам  $N(D)$  выражение (10) примет вид

$$N(D) = 4N_0 D^2 \Delta D \times \left[ \frac{1}{(D^2 - D_{\max}^2)^2 + 4D^2(\Delta D)^2} \right], \quad (11)$$

где  $D_{\max}$  – положения максимума на шкале размеров капель;  $N_0$  – общее число дождевых капель в единице объема. Оба параметра зависят от интенсивности дождя  $R$ . Параметр ширины интервала в мелкокапельной области дождевого спектра обычно берется  $\Delta D = 0,05$  мм независимо от интенсивности. Зависимость  $N_0$  от интенсивности представим по аналогии с [17] в виде

$$N_0 = \alpha R^\beta \exp(-\gamma R). \quad (12)$$

Тогда вместо (11) можно записать

$$N(D) = \left[ \frac{4\alpha R^\beta \exp(-\gamma R) D^2 \Delta D}{(D^2 - D_{\max}^2)^2 + 4D^2 (\Delta D)^2} \right]. \quad (13)$$

Для определения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  учтем, что при  $D = D_{\max}$  выражение (11) приобретает вид  $N(D_{\max}) = N_0 / (\Delta D)$  и в то же время  $N(D_{\max})$  должно точно соответствовать пиковым эмпирическим данным Угаи-Като [21] (см. табл. 1 для  $D = 0,05$ ):

$$N(D_{\max}) = \frac{N_0}{\Delta D} = \begin{cases} 1,6 \cdot 10^4 (R = 2,5), \\ 1,3 \cdot 10^5 (R = 10), \\ 6,0 \cdot 10^5 (R = 50). \end{cases} \quad (14)$$

Откуда для  $R = 2,5$ :

$$N_0 = N(D_{\max})_{2,5} \Delta D = 800 = \alpha (2,5)^\beta \exp(-2,5\gamma).$$

Повторив эту операцию еще для двух интенсивностей  $R = 10$  и  $R = 50$ , получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными, решением которой являются следующие значения:  $\alpha = 186,6136$ ,  $\beta = 1,6673$ ,  $\gamma = 0,02885$ . Предусмотрим также упомянутое выше [17, 19, 21] небольшое смещение положения максимумов при росте интенсивности дождя в следующем виде:  $D_{\max} = 0,06R^{0,23}$ . Ему соответствуют  $D_{\max} = 0,074 (R = 2,5)$ ;  $D_{\max} = 0,1019 (R = 10)$  и  $D_{\max} = 0,1475 (R = 50)$ . Проверочные расчеты  $N(D)$  по уравнению (13) с указанными параметрами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $D_{\max}$  продемонстрировали хорошее соответствие ходу эмпирических данных Угаи-Като [21] вблизи максимума (см. рис. 4).

С другой стороны, понятно, что как фактор формы линии (10) пригоден для ее описания лишь в пределах резонансной области, точно так же и выражение (13) пригодно лишь для описания мелкокапельной фракции и не может быть применено для описания средне- и крупнокапельных частей спектра. Здесь должен быть сделан плавный переход от выражения (13) к одному из надежно работающих в области крупных капель выражению для  $N(D)$ , например, к распределению логнормального типа из работы [9].

Для получения указанного перехода введем дополнительный корректирующий множитель. В результате выражение (13) приобретает вид

$$N(D) = \left[ \frac{4\alpha R^\beta \exp(-\gamma R) D^2 \Delta D}{(D^2 - D_{\max}^2)^2 + 4D^2 (\Delta D)^2} \right] \times \frac{((a - bR + cR^2) D^3)^{\frac{1}{2}}}{(D - D_{\max})^2 + \Delta D^2}, \quad (15)$$

где  $a = 7,05 \cdot 10^{-3}$ ;  $b = 3,01022 \cdot 10^{-4}$  и  $c = 5,09379 \cdot 10^{-4}$ .

Завершив аппроксимацию данных работы [21], перейдем к получению итогового суммарного распределения, в котором первым слагаемым будет одно из распределений 1–6 (мы выбрали логнормальное – формула (8)), а вторым – выражение (15).

$$N(D) = \frac{N_{\text{полное}}}{\sigma D \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\ln(D/D_0)/\sigma)^2\right) + \left[ \frac{4\alpha R^\beta \exp(-\gamma R) D^2 \Delta D}{(D^2 - D_{\max}^2)^2 + 4D^2 (\Delta D)^2} \right] \times \frac{((a - bR + cR^2) D^3)^{\frac{1}{2}}}{(D - D_{\max})^2 + \Delta D^2}. \quad (16)$$

Полученное суммарное распределение представлено на рис. 4 для значений интенсивности дождя 2,5; 10 и 50 мм/час.

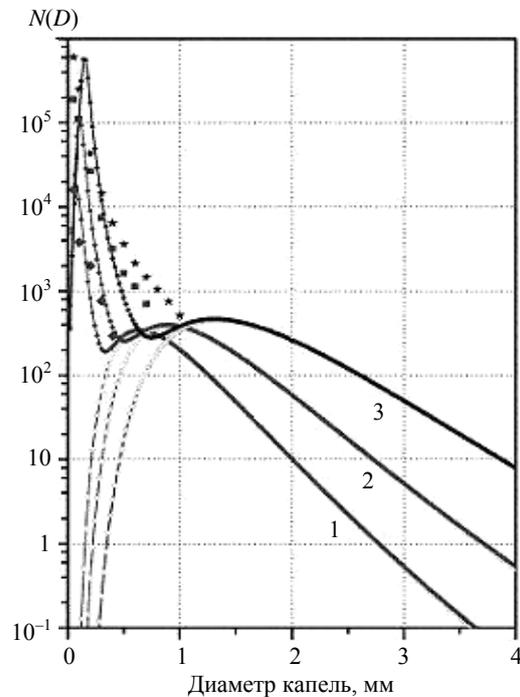


Рис. 4. Графики предложенных распределений: 1 –  $R = 2,5$  мм/ч; 2 –  $R = 10$  мм/ч; 3 –  $R = 50$  мм/ч

Таким образом, предложенный в данной работе вариант распределения для полного спектра размеров дождевых капель сохраняет преимущества распределений 1–6 в области средних и крупных капель и учитывает достаточно большое количество мелких капель.

Конечно, следует признать, что для более надежного прогнозирования степени воздействия дождей на проходящее излучение терагерцевого диапазона данных одной работы [21] недостаточно. Крайне необходимо продолжать подобные измерения и публиковать их результаты.

В табл. 2 приведены оценки значений ослабления терагерцевого излучения в дождях, вычисленные по формулам (6)–(8) и (16) с учетом мелких капель из работ [21, 25] и использованием значений диэлектрической проницаемости из работы [26].

Таблица 2  
Расчетные и измеренные значения  
при  $R = 50$  мм/ч

$\lambda$ , мм ( $f$ , ТГц)	$\gamma$ , дБ/км				Эксперимент
	$M-P$	$L-P$	Lg- $N$	Lg- $N$ + мелкие капли	
1	2	3	4	5	6
0,3 (1,0)	21,49	12,50	15,51	29,78	25 [25]
0,5 (0,6)	22,79	13,15	16,32	28,45	
1,0 (0,3)	24,63	14,23	17,66	23,58	
3,0 (0,1)	24,29	15,77	19,73	21,08	27 [4, 13]
5,0 (0,06)	19,93	15,41	19,57	20,26	15

Сравнение 4-го и 5-го столбцов табл. 2 показывает, что учет мелкокапельной фракции увеличивает расчетные значения коэффициента ослабления в терагерцевом и в коротковолновой части мм диапазонах ( $\lambda < 5$  мм).

**Выводы.** При прогнозировании степени воздействия дождей на работу радиотехнических систем в земной атмосфере необходимо располагать также характерной для данного района функцией распределения дождевых капель по размерам. Для систем микроволнового диапазона таковых имеется достаточно много, проверенных и хорошо работающих. Однако их применение для указанной цели на более высоких частотах (более 100 ГГц) проблематично, так как большинство из них не в полной мере отражают количество мелких дождевых капель, что принципиально важно в этой части электромагнитного спектра. В данной работе для терагерцевого диапазона волн предложено новое распределение дождевых капель по размерам, которое в области мелких капель опирается на опубликованные эмпирические данные, а в области более крупных

сохраняет точность распределений, традиционно используемых в микроволновом диапазоне.

1. Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии. – Л.: Гидрометиздат, 1973. – 343 с.
2. Розенберг В. И. Рассеяние и ослабление электромагнитных волн атмосферными частицами. – Л.: Гидрометиздат, 1972. – 348 с.
3. Best A. C. The size distribution of raindrops // Quarterly Journal of Royal Meteorology Society. – 1950. – 76, No. 327. – P. 16–21.
4. Sekine M., Chen Chi-Dong. Rain attenuation from Log-Normal and Weibull raindrop-size distribution // IEEE Trans. On Antennas and Propagation. – 1987. – 35, No. 3. – P. 358–359.
5. Marshall J. S., Palmer W. M. The distribution of raindrop with size // J. of Meteorology. – 1948. – 15, No. 1. – P. 165–166.
6. Laws J. O., Parsons D. P. The relation of raindrop-size to intensity // Trans. American Geophysical Union. – 1943. – 24, part II. – P. 452–460.
7. Olsen R. L., Rodgers D. V. The AR<sup>b</sup> relation in the calculation of rain attenuation // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 1978. – 26, No. 2. – P. 318–329.
8. De Wolf D. A. On the Laws-Parsons distribution of raindrop sizes // RadioSci. – 2006. – 36, No. 4. – P. 639–642.
9. Cerro C., Codina B. Modeling raindrop size distribution and Z(R) relation in the Western Mediterranean Area // J. of Applied Meteorology. – 1997. – 36. – P. 1470–1479.
10. Feingold G., Levin Z. The lognormal fit to raindrops spectra from frontal convective clouds in Israel // J. of Climate and Applied Meteorology. – 1986. – 25. – P. 1346–1368.
11. Lavergnat J., Gole P. A stochastic raindrop time distribution model // J. Appl. Met. – 1998. – 37, No. 8. – P. 805–818.
12. Gloaguen C., Lavergnat J. Rain drop size distribution near Paris // El. Lett. – 1995. – 31, No. 5. – P. 405–496.
13. Proc. 2004 Joint 29<sup>th</sup> Int. Conf. on IR and Millimeter waves and 12<sup>th</sup> Int. Conf. on Terahertz Electronics, Karlsruhe, Germany. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
14. Huang J. Y., Wang Y. P. A study of effects induced by rain for 3 mm wave band // Int. J. of Infrared & MM waves. – 1992. – 13, No. 3. – P. 341–349.
15. Исмаири А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. В 2-х т. / Пер. с англ. под ред. Л. А. Апресяна и др. – М: Мир, 1981. – Т. 1. – 280 с.
16. Watson P. A., Eng C. Propagation factors in millimeter-wave radio-system design // Electronics and Power. – 1977. – 23. – P. 569–572.
17. Deirmenjian D. Complete scattering parameters of polydispersed hydrometeors in the  $\lambda = 0,1$ –10 cm range // J. of Research of NBS (RadioSci.). – 1965. – 69D. – P. 172–176.
18. Полякова Е. А., Шифрин К. С. Микроструктура и прозрачность дождей // Тр. Гл. геофиз. обсерватории. – 1953. – Вып. 42(104). – С. 84–96.
19. House R. R., Hobbs J. V., Parsons D. P. Size distributions of precipitation particles in frontal clouds // J. Atm. Sciences. – 1979. – 36, No. 1. – P. 156–162.
20. Li Xiaowen, Sriwastova A. C. Analytical solution for raindrop evaporation and its application to radar rainfall measurement // J. Appl. Met. – 2001. – 40, No. 9. – P. 1608–1616.
21. Ugai S., Kato K. Fine structure of rainfall // Annales des Telecommunications. – 1977. – 32, No. 11–12. – P. 422–429.
22. Huang J. Y., Wang C. Measurements of raindrop sizes and canting angles // Int. J. of IR and Millimeter waves. – 1989. – 10, No. 9. – P. 1112–1130.
23. Голяндина Н. Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов / Учеб. пособ. – СПб: Изд-во СПбГУ. – 2004. – 76 с.
24. Kemp A. J. Line shape functions for the computation of the absorption coefficient of water vapour at submillimetre wavelengths // Infrared Physics. – 1979. – 19, No. 5. – P. 595–598.
25. Zlewellyn-Jones D. T., Zavody A. M. Rainfall attenuation at 110 GHz and 0,88 THz // Electronics Lett. – 1971. – 7, No. 12. – P. 321–322.

26. Малишенко Ю. И., Костина В. Л., Роєнко А. Н. Модель диэлектрической проницаемости воды в микроволновом и терагерцевом диапазонах волн // Укр. физ. журн. – 2007. – 52, № 2. – С. 155–164.

TAKING INTO ACCOUNT OF SMALL  
DROPLETS IN RAIN DROP SIZE  
DISTRIBUTION FUNCTION FOR TERAHERTZ  
WAVE RANGE

Yu. I. Malysenko, A. N. Roenko

The probability density distributions of rain drop sizes, widely used in calculations of rain attenuation statistics for micro-wave radar and communication systems, are analyzed. It is shown that the majority of these distributions sufficiently poor describe the real quantity of the rain small droplets. New more adequate distribution function, which takes into account small droplets and may be used in frequency ranges up to terahertz one, is proposed

**Key words:** radio meteorology, remote sensing of Earth, radar, radio communication, rain drop size distribution function, terahertz frequency range.

ВРАХУВАННЯ ДРІБНОКРАПЕЛЬНОЇ ФРАКЦІЇ  
У ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ДОЩОВИХ КРАПЕЛЬ  
ЗА РОЗМІРАМИ ДЛЯ ТЕРАГЕРЦЕВОГО  
ДІАПАЗОНУ ХВИЛЬ

Ю. І. Малишенко, О. М. Роєнко

Проаналізовано функції розподілу дощових крапель за розмірами, які найчастіше використовуються для прогнозування якості дії мікрохвильових радіолокаційних та систем зв'язку у дощових умовах. Показано, що майже всі вони не досить вірно відображують реальну кількість дрібних крапель. Запропоновано нову функцію розподілу, яка враховує наявність дрібних крапель та може бути використана у короткохвильовій частині міліметрового та в терагерцевому діапазонах хвиль.

**Ключові слова:** радіометеорологія, дистанційне зондування Землі, радіолокація, радіозв'язок, функція розподілу дощових крапель за розмірами, терагерцевий діапазон електромагнітних хвиль.

*Рукопись поступила 3 июля 2009 г.*