

ЗАБЫТАЯ МОДЕЛЬ ГРОЗОВОГО РАЗРЯДА

А. П. Николаенко

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: sasha@ire.kharkov.ua

Описана модель грозового пробоя, развитая в 1940-х гг. в СССР И. С. Стекольниковым. Эта модель осталась мало известной среди специалистов по атмосферному электричеству. В работе приведены основные соотношения этой модели, проведено численное моделирование, а его результаты сравниваются с общепринятыми моделями. Показано, что модель Стекольникова обладает определенными преимуществами и занимает достойное место среди современных инженерных моделей грозовых разрядов. Ил. 3. Табл. 1. Библиогр.: 12 назв.

Ключевые слова: грозовой разряд, распределение тока, спектр токового момента.

В современных исследованиях грозовых разрядов основополагающей работой является публикация [1]. К сожалению, среди специалистов по атмосферному электричеству, включая отечественных, остаются малоизвестными аналогичные работы И. С. Стекольникова [2, 3], опубликованные в 1940 и 1943 гг., где предложена модель главного пробоя, во многом превосходящая результаты зарубежных исследователей. Подход в работах [2, 3] имеет много общего с современными моделями, однако в нем содержатся и существенные отличия. Исследования Стекольникова остались малоизвестными, по-видимому, из-за их публикации в середине Великой Отечественной войны, а также из-за небольшого тиража книги [2] – всего 3000 экземпляров. В настоящей публикации мы воспроизведем модель Стекольникова (МС) и сопоставим ее с современными «инженерными моделями» грозовых пробоев [4], чтобы показать, насколько удачным был подход, изложенный в работах [2, 3].

1. Общепринятое описание молнии.

Грозовой разряд начинается ступенчатым лидером, который формирует плазменный канал, спускающийся из заряженного облака. Так возникает ионизированная колонна, несущая электрический заряд, который и обусловит ток молнии при главном пробое промежутка облако – земля. Сам пробой называют возвратным разрядом, он начинается по достижении земли лидером или вследствие встречного пробоя от земли к лидеру.

Термин «инженерная модель» молнии применяется тогда, когда интересуются только эффективными параметрами пробоя, позволяющими рассчитать электромагнитные поля грозы, а детали физического описания процессов отступают на второй план [4, 5]. Начиная с работы [1], общепринятые инженерные модели оперируют током в основании пробоя, который описывается с помощью следующей суммы экспонент:

$$I(t) = \sum_k I_k \exp\left(-\frac{t}{t_k}\right), \quad t \geq 0. \quad (1)$$

Здесь I_k и t_k – амплитуды и постоянные времени отдельных членов суммы (1), а сам пробой начинается в момент времени $t = 0$.

В таблице приведены типичные параметры разрядов в отдельных моделях [6]. Графики соответствующих временных вариаций тока показаны на рис. 1. Здесь представлены модели Джонса [7] – кривая 1, Брюса и Гоулда [1] – кривая 2, Хэпберна [8] – кривая 3, Вильямса [9] – кривая 4, Чо и Райкрофта [10] – кривая 5. Сплошная черная кривая 6 показывает временные изменения тока в МС [2, 3].

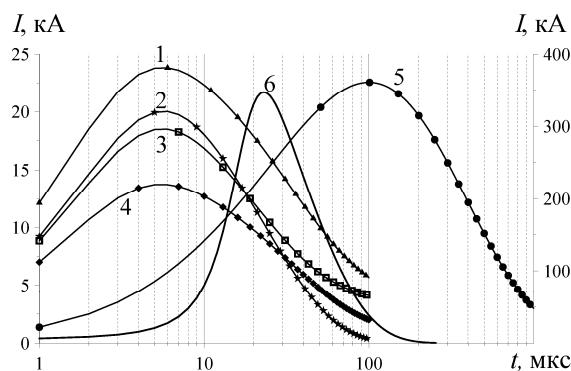


Рис. 1. Временные изменения тока в основании пробоя для различных моделей: 1 – модель Джонса; 2 – модель Брюса и Гоулда; 3 – модель Хэпберна; 4 – модель Вильямса; 5 – модель Чо–Райкрофта; 6 – МС

Вдоль ординаты на рис. 1 в логарифмическом масштабе отложено время, прошедшее от начала пробоя, измеренное в микросекундах. Значения тока пробоя (в тысячах ампер) для всех моделей, за исключением модели Чо–Райкрофта, отложены вдоль левой ординаты. Правая ордината используется для графика тока в пробое Чо–Райкрофта [10].

Кроме формулы (1), инженерная модель грозового разряда должна описывать движение волны тока по каналу пробоя, иначе будет невозможно рассчитать электромагнитное поле грозового разряда [11]. Как правило, используется скорость, экспоненциально убывающая во времени [7].

$$V(t) = V_0 \exp\left(\frac{-t}{t_V}\right). \quad (2)$$

Здесь V_0 – начальная скорость движения, а t_V – постоянная времени изменения скорости (см. табл.). Иногда скорость движения волны тока считают постоянной, например при использовании модели длинной линии [4].

Типичные параметры грозовых разрядов, используемые в «классических» моделях

Авторы	Параметры									
	$-I_1$ кА	I_2 кА	I_3 кА	I_4 кА	t_1 мкс	t_2 мкс	t_3 мкс	t_4 мс	$V_0 \times 10^7$ м/с	t_V мкс
Брюс и Гоулд	28,4	28,4	–	–	2,18	2,2	–	–	8	33,3
Хэлберн	25	20	5	–	2	20	1430	–	–	–
Вильямс	16,8	15,34	1	0,45	1,7	33	500	6,8	3,5	180
Джонс	28,45	23	5	0,45	1,66	33,3	500	6,8	8	50

Длина канала L , пройденная фронтом волны тока, есть интеграл от зависимости (2)

$$L(t) = \int_0^t V(t) dt = V_0 t_V \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{t_V}\right) \right]. \quad (3)$$

При расчете электромагнитного поля молнии необходимо знать ее токовый момент [6, 11]. Эту величину находим из соотношения

$$M_C(t) = \int_0^{L(t)} I(x, t) dx = V_0 t_V \sum_{k=1}^4 \frac{I_k t_k}{t_k - t_V} \left\{ \exp\left(-\frac{t}{t_k}\right) - \exp\left(-\frac{t}{t_V}\right) \right\}, \quad t > 0. \quad (4)$$

Момент заряда $M_Q(t)$ и радиационный момент $M_R(t)$ находят с помощью интегрирования или дифференцирования соотношения (4) по времени.

Комплексный спектр токового момента вычисляют, применив к (4) преобразование Фурье

$$M_C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} M_C(t) \exp(-it\omega) dt = V_0 \sum_k \frac{I_k}{\omega_V - \omega_k} \left\{ \frac{1}{\omega_k + i\omega} - \frac{1}{\omega_V + i\omega} \right\}. \quad (5)$$

Здесь используются обозначения $\omega_k = \frac{1}{t_k}$ и

$$\omega_V = \frac{1}{t_V}.$$

Спектры момента заряда $M_Q(\omega)$ и момента излучения $M_R(\omega)$ легко найти, разделив или умножив соотношение (5) на $(i\omega)$. Становится очевидным удобство традиционного описания молнии: используемые формулы довольно просты и легко преобразуются из частотного во временное представление и обратно. В других моде-

лях, как будет показано ниже, такой переход можно выполнить только численно.

Как видно из графиков рис. 1, обычно максимум тока пробоя достигается в интервале от 5 до 10 мкс от его начала. Достигнув пикового значения, ток убывает во времени, он может содержать «континуальную» составляющую (четвертое слагаемое в (1)). Отличия общепринятых моделей друг от друга состоят в количестве членов суммы (1), их амплитудах и времени спада.

2. Модель Чо и Райкрофта. Эта модель была предложена и использована в работе [10] применительно к так называемым «красным спрайтам» (*red sprites*) – оптическим свечениям с волокнистой структурой, возникающим в средней атмосфере над грозовым облаком через несколько миллисекунд после пробоя облако – земля. Для возникновения импульсного оптического свечения и объяснения наблюдаемой временной задержки пришлось существенно изменить классическую модель тока молнии

$$I(t) = \frac{Qt}{12\tau^2} \exp\left(-\sqrt{\frac{t}{\tau}}\right). \quad (6)$$

Необычная форма тока была выбрана в работе [10] специально для описания положительных пробоев (обычная молния представляет собой отрицательный пробой, когда из облака на землю перетекает отрицательный электрический заряд); форма (6) хорошо согласуется с наблюдениями работы [4]. Нормирующий множитель 12 в знаменателе обеспечивает получение полного заряда Q при интегрировании тока (6) по времени. Характер изменений тока зависит от параметров Q и τ , максимум тока достигается в момент времени $t = 4\tau$.

Конкретная форма тока, показанная на рис. 1, отвечает параметрам, взятым из статьи [10]: $Q = 200$ Кл и $\tau = 25$ мкс. В модели [10] пиковое

значение тока достигается значительно позже, чем в классических моделях: 100 мкс вместо 5–10 мкс, что демонстрирует рис. 1. Величина переносимого на землю заряда и связанного с ним пикового тока также существенно выше, максимальный ток превышает 360 кА. Поэтому соответствующий график рис. 1 пришлось построить относительно правой ординаты, тогда как остальные графики приведены относительно левой ординаты.

3. Модель Стекольниковца. На рис. 1 приведены также изменения тока, получаемые в оригинальной МС [2, 3]. В этой модели грозовой пробой начинается ступенчатым лидером, который формирует плазменный канал, несущий к земле заряд из облака. Главный пробой представляет собой волну тока, которая движется вверх по каналу лидера.

Первое отличие МС от обычной инженерной модели состоит в том, что начальная скорость волны тока мала. Она быстро возрастает по мере движения и достигает величины от 1/3 до 1/2 скорости света, конечная скорость $V_k = 10^7 - 1,4 \cdot 10^8$ м/с [2, 3]. Это значение хорошо согласуется со скоростью движения в общепринятых современных моделях (см. табл.) В МС скорость волны тока нарастает быстро и достигает конечного значения за время от нескольких микросекунд до нескольких десятков микросекунд.

Второе отличие МС состоит в том, что ток получается опосредствовано, он определяется исходным распределением заряда по каналу лидера и скоростью движения волны тока

$$I(x) = Q(x)V(x). \quad (7)$$

Здесь $I(x)$ – ток разряда как функция координаты x , измеряемой от земли; $Q(x)$ – плотность заряда, накопленного в лидере, а $V(x)$ – скорость движения фронта волны тока.

Предполагается экспоненциальное распределение электрического заряда по каналу пробоя

$$Q(x) = Q_0 \exp(-ax), \quad (8)$$

где Q_0 – начальная плотность заряда (у земной поверхности), а постоянная a – высотный масштаб.

Скорость $V(x)$ нарастает с высотой. Вначале она невелика из-за того, что происходит переход от сравнительно небольшой скорости движения стримера к скорости волны тока главного пробоя. В МС предложено и используется следующее описание:

$$V(x) = V_k [\eta - \exp(-bx)], \quad (9)$$

где конечное значение скорости равно V_k , а параметр η определяет начальную скорость волны тока $V(x)|_{x=0}$. В МС она равна 1 % от ее конечного значения, поэтому $\eta = 1,01$. В работах [2, 3]

отмечается, что рост скорости по каналу пробоя можно объяснить физически постепенным увеличением разности потенциалов между заряженным облаком и нулевым потенциалом земли, поднимаемым волной тока. Подставив (8) и (9) в (7), получим следующую зависимость тока пробоя от координаты фронта волны тока:

$$I(x) = A \exp(-ax) [\eta \exp(-bx) - \exp(-cx)]. \quad (10)$$

Здесь $A = Q_0 V_k$, а $c = a + b$.

Из приведенных соотношений следует, что расстояние x , пройденное волной тока, зависит от времени по закону

$$x = \frac{1}{b} \ln \left\{ \frac{1}{\eta} [\exp(V_k b t) (\eta - 1) + 1] \right\}. \quad (11)$$

Работы [2, 3] используют следующие численные значения: $V_k = 10^7$ м/с, $a = 0,003$ 1/м и $b = 0,03$ 1/м. Волна тока, движущаяся со скоростью (9), проходит расстояние x от начала канала ($x|_{t=0} = 0$) за время

$$t(x) = \frac{1}{b V_k} \ln \left(\frac{\eta \exp(-bx) - 1}{\eta - 1} \right). \quad (12)$$

Скорость (9) становится практически равной своему конечному значению при условии $bx \gg 1$, поэтому при $b = 0,03$ постоянное значение скорости, равное V_k , можно использовать с высот около 100 м над землей. Здесь и выше движение становится равномерным, и текущее значение высоты $x = t V_k$.

Временные изменения тока находят подстановкой координаты $x(t)$ из выражения (11) в формулу (10). Токковый момент пробоя равен $M_C(t) = I(t)x(t)$. Обе эти величины определяются распределением заряда по каналу пробоя (8) и характером изменений скорости волны тока (9).

Подставив указанные параметры в формулы и предположив, что начальная плотность заряда $Q_0 = 3 \cdot 10^{-3}$ Кл/м, мы рассчитали временные изменения тока в основании пробоя, показанные на рис. 1 сплошной линией 6. Молния в МС, как и в «классических» моделях, переносит на землю небольшой заряд,

$$Q_\infty = \int_0^\infty Q_0 \exp(-ax) dx = \frac{Q_0}{a} = 1 \text{ Кл.} \quad \text{Это значи-}$$

тельно меньше, чем в современных моделях (пробой Чо–Райкрофта переносит 200 К).

Сравнивая различные формы тока на рис. 1, мы отмечаем, что максимальный ток МС (20 кА) достигается через 23 мкс после начала пробоя. Эта задержка примерно в четыре раза больше, чем в общепринятых моделях, в то же время вчетверо меньше, чем в модели Чо–Райкрофта [10]. Как видно, МС занимает промежуточное положение, отличия, возможно, были обусловлены экспериментальным материалом, использованным при ее разработке.

Вторая особенность тока в МС состоит в его плавном нарастании, тогда как в традиционных моделях и в модели Чо–Райкрофта имеется скачок первой производной тока по времени. Только сравнительно недавно были предложены модели с плавным нарастанием [4, 12]. Как видно, «пространственное» описание пробоя, использованное в работах [2, 3], имеет преимущество более «физичного» подхода.

Ясно, что изменяя параметры a и b , можно сместить максимум тока во времени. Так, например, если увеличить эти параметры втрое и выбрать $a = 0,01$ и $b = 0,1 \text{ м}^{-1}$, то пиковое значение

придется на 10 мкс, что близко к традиционным инженерным моделям. При уменьшении этих параметров максимум тока сдвигается к более поздним временам. Таким образом, МС [2, 3] оказывается не менее реалистичной, чем модели, используемые в современной литературе, и обладает при этом дополнительными преимуществами.

На рис. 2 показаны временные изменения отдельных параметров МС. Все графики, отмеченные кружками, построены относительно левых ординат, а гладкие кривые относятся к правым ординатам.

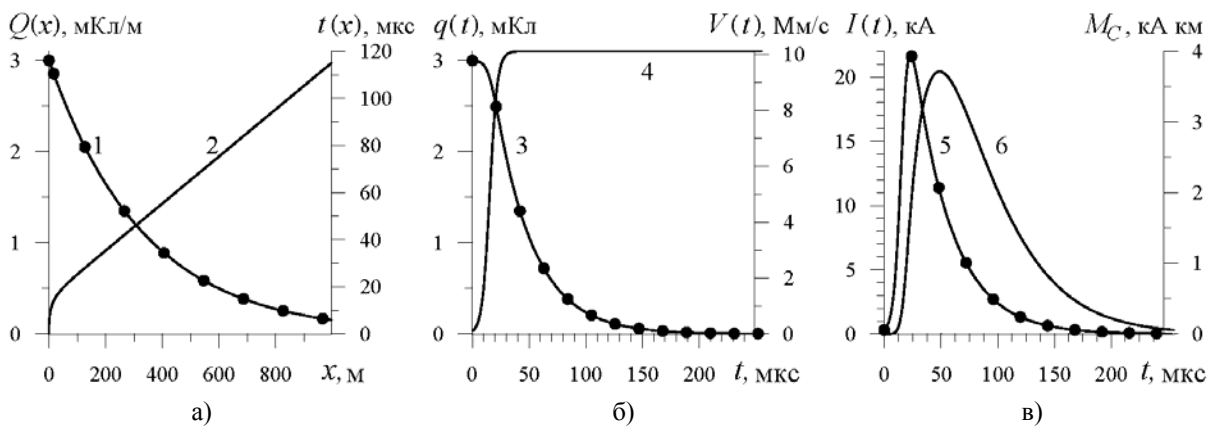


Рис. 2. Основные характеристики МС: а) 1 – пространственное распределение плотности заряда в канале пробоя $Q(x)$ (левая ордината), 2 – функция $t(x)$ (12) (правая ордината); б) 3 – изменение заряда, стекающего на землю $q(t)$ (левая ордината), 4 – нарастание скорости волны тока $V(t)$ (правая ордината); в) 5 – вариации тока в основании пробоя $I(t)$ (левая ордината), 6 – токовый момент пробоя $M_S(t)$ (13) (правая ордината)

Кривая 1 рис. 2, а показывает распределение плотности заряда (в мКл/м) в канале молнии. Расстояние x в метрах отложено по оси абсцисс. Как видно, электрический заряд, накопленный лидером, концентрируется в нижней части канала. Этот заряд стекает на землю во время главного пробоя. Кривая 2 рис. 2, а, построенная относительно правой ординаты, демонстрирует функцию $t(x)$, определенную соотношением (12). Видно, что движение волны тока становится равномерным уже на высоте в несколько десятков метров над землей.

На рис. 2, б, в вдоль абсциссы отложено время от начала пробоя, измеренное в микросекундах. Кривая 3 показывает временные изменения заряда (в милликулонах), стекающего на землю. Кривая 4 на этом же рисунке показывает эволюцию скорости фронта волны тока в Мм/с ($1 \text{ Мм} = 10^6 \text{ м} = 1000 \text{ км}$). Очевидно, что примерно через 20 мкс после начала пробоя скорость достигает 1/3 скорости света ($1,01 \cdot 10^7 \text{ м/с}$) и затем остается постоянной. После этого координата $x(t)$ изменяется во времени по линейному закону.

Концентрация заряда у нижнего конца лидера (кривая 1) и небольшая начальная скорость волны тока (кривая 4) приводят к тому, что заряд, переносимый на землю в начале пробоя, мало изменяется во времени (кривая 3). Потом, когда скорость волны тока увеличится, а кривая 4 выйдет на горизонтальную асимптоту, заряд станет заметно уменьшаться.

Ток главного пробоя плавно нарастает во времени, что видно на рис. 2, в, где ток $I(t)$ в килоамперах показан кривой с кружками. Величина тока находится из соотношения $I(t) = Q(t)V(t)$ и поэтому зависит от вида распределений (8) и (9). Момент тока $M_S(t)$, показанный на рис. 2, в гладкой кривой (правая ордината), вычисляется по формуле

$$M_S(t) = I(t)x(t), \quad (13)$$

где функция $x(t)$ дана соотношением (11).

Если пренебречь изменениями скорости волны тока и использовать ее конечное значение, то

$$M_S(t) = Bt[\eta \exp(-\alpha_1 t) - \exp(-\alpha_2 t)]. \quad (14)$$

Здесь $M_S(t)$ обозначает момент тока в МС как функцию времени; $B = Q_0 V_k^2$; $\alpha_1 = a V_k$ и $\alpha_2 = (a + b) V_k$.

Спектр момента тока находят, применив преобразование Фурье и используя равенство $t \exp(-\alpha t) = (-1) \frac{d}{d\alpha} [\exp(-\alpha t)]$. Тогда получают соотношение, близкое по форме к (5)

$$M_S(\omega) = B \left[\frac{\eta}{(\alpha_1 + i\omega)^2} - \frac{1}{(\alpha_2 + i\omega)^2} \right]. \quad (15)$$

Формулы (14) и (15) верны, если $V(t) = V_k$. Точные соотношения для момента тока громоздки, и мы их приводить не будем. Значительно проще сначала рассчитать пространственные изменения момента тока $M_S(x)$, а потом перевести их во временную область, воспользовавшись связью (12). Так получаются точные вариации $M_S(t)$, показанные на рис. 2, в гладкой кривой (правая ордината). После этого, воспользовавшись алгоритмом быстрого преобразования Фурье, можно вычислить спектр момента тока $M_S(\omega)$ для той же модели, показанный кривой 4 на рис. 3.

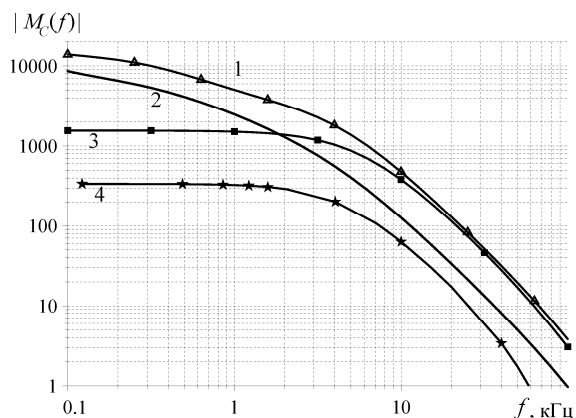


Рис. 3. Амплитудные спектры моментов тока $|M_S(f)|$: 1 – модель Джонса; 2 – модель Вильямса; 3 – модель Брюса и Гоулда; 4 – МС

4. Сравнение моделей. На рис. 3 сравниваются амплитудные спектры токовых моментов общепринятых моделей и МС. Как видно, зависимости очень похожи, однако МС спектр сдвинут в область низких частот по сравнению с традиционными моделями. Это объясняется формой тока; отметим, что при этом нет необходимости специально вводить «континуальный» или «длющийся» ток. Амплитуда момента тока МС примерно в 30 раз ниже, чем в современных моделях, что не удивительно, поскольку в 1940 – 1950-е гг. считалось, что переносимый на землю заряд не может превышать несколько кулон электричества. В современных моделях эта величина может

оказаться на два порядка выше по величине (см. параметры модели [10]). Графики рис. 3 позволяют сделать вывод, что грозовой разряд по Стекольникову может оказаться уместным при моделировании источников всплесков СНЧ-радиоизлучений, атмосфериков с медленными хвостами, или при моделировании свечений средней атмосферы над грозой, так называемых «красных спрайтов».

Выводы. В заключение хотелось бы отметить, что работы [2, 3] содержат оригинальную модель главного пробоя промежутка облако–земля. Эта модель дает изменения тока, близкие к общепринятым инженерным моделям молний, и в то же время она оказывается более оправданной физически. Можно только сожалеть, что довоенные работы И. С. Стекольников не приобрели заслуженной известности среди специалистов по атмосферному электричеству. Автор надеется, что настоящая публикация возродит интерес к МС, и она займет достойное место в описании эффектов, порождаемых грозами.

1. Bruce C. E. R., Golde R. H. The lightning discharge // J. Instn. Electr. Eng. Part 2. – 1941. – 88. – С. 487–497.
2. Стекольников И. С. Физика молнии и грозозащита. – М – Л.: Изд-во АН СССР, 1943. – 230 с.
3. Стекольников И. С. Параметры молнии и расчет формы тока прямого удара // Электричество. – 1941. – № 2. – С. 137–139.
4. Rakov V. A., Uman M., Lightning: physics and effects. – Cambridge UK: Cambridge Univ. Press, 2003. – 687 p.
5. Watt A. D. VLF radio engineering. – Oxford–New-York–Paris: Pergamon Press, 1967. – 878 p.
6. Nickolaenko A. P., Hayakawa M. Resonances in the Earth–Ionosphere Cavity. – Dordrecht–Boston–London, Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
7. Jones D. Ll. Electromagnetic radiation from multiple return strokes of lightning // J. Atmos. Terr. Phys. – 1970. – 32. – P. 1077–1093.
8. Hepburn F. J. Atmos. Terr. Phys. – 1957. – 10. – P. 121–130.
9. Williams J. C. Recent Advances in Atmospheric Electricity. – Oxford: Pergamon Press, 1958. – P. 425–429.
10. Cho M., Rycroft M. J. Computer simulation of the electric field structure and optical emission from cloud top to the ionosphere // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 1998. – 60. – P. 871–888.
11. Ogawa T. Lightning currents // Handbook of Atmospheric Electrodynamics. Vol. 1. Atmospheric Electricity. – Florida: CRC Press, 1995. – P. 93–136.
12. Heidler F. Traveling current source model for LEMP calculations // Proceedings of 6th Int. Zurich Symposium on EMC. – Zurich Switzerland, 1985. – P. 157–162.

FORGOTTEN MODEL OF LIGHTNING STROKE

A. P. Nickolaenko

We describe the model of the lightning discharge, which was developed in the USSR by Stekolnikov in 1940s. The model is practically unknown among western specialists in the atmospheric electricity. In the present paper the major parameters of the model are presented, the numerical modeling is performed and its results are compared with the commonly used models. We show that Stekolnikov’s model has definite advantages and occu-

pies a sound position among the modern engineering models of lightning strokes.

Key words: lightning discharge, current distribution, spectrum of the current moment.

ЗАБУТА МОДЕЛЬ ГРОЗОВОГО РОЗРЯДУ

О. П. Николаенко

Описано модель грозового пробою, що було розвинуто в СРСР у 1940-х рр. І. С. Стекольниковим. Ця модель

зосталася мало відомою для фахівців з електричних явищ в атмосфері. У роботі наведено основні співвідношення цієї моделі, виконано чисельне моделювання, а його результати порівнюються з загальноприйнятими моделями. Показано, що модель Стекольнікова має визначені переваги і займає гідне місце серед сучасних інженерних моделей грозових розрядів.

Ключові слова: грозвий розряд, розподіл току, спектр токового моменту.

Рукопись поступила 31 марта 2009 г.