

СРАВНЕНИЕ НАБЛЮДАЕМЫХ И МОДЕЛЬНЫХ ФОРМ СНЧ-ВСПЛЕСКОВ

¹А. П. Николаенко, ²М. Хайакава, ³М. Коматсу, ⁴Т. Огава

¹*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: sasha@ire.kharkov.ua

²*Университет электросвязи, Чофу, г. Токио, Япония*
E-mail: hayakawa@whistler.ee.uec.ac.jp

³*Международная научная лаборатория, Камобе, г. Кочи, Япония*
E-mail: ogawasli@I-kochi.or.jp

⁴*Политехнический колледж, Ноичи, г. Кочи, Япония*
E-mail: koma2@ma.akari.ne.jp

Сравниваются формы естественных электромагнитных импульсов сверхнизкочастотного (СНЧ) диапазона, измеренных экспериментально, с модельными расчетами. Вертикальная электрическая компонента поля всплесков СНЧ-излучения регистрировалась в 2003–2005 гг. в г. Точи (Япония, 33,3° с. ш. и 33,4° в. д.). Отбирались отдельные импульсы, записанные в условиях хорошей погоды в широком диапазоне частот с помощью «шаровой» антенны. Вычисления поля выполнялись в модели однородного изотропного сферического промежутка Земля – ионосфера с линейной зависимостью постоянной распространения от частоты. Импульсы, пришедшие с разных дистанций, сопоставлялись, и каждая пара демонстрировала совпадение форм временных реализаций. С одной стороны, это говорит о корректности использованной модели распространения, а с другой, подтверждает достоверность оценок расстояния источник – приемник, полученных по запаздыванию импульсов антиподной и кругосветной волн относительно первого импульса. Ил. 7. Табл. 1. Библиогр.: 26 назв.

Ключевые слова: всплески СНЧ-излучений, глобальный электромагнитный резонанс.

Термин СНЧ-всплески был предложен в работах [1, 2], он относится к дискретным естественным радиосигналам, регистрируемым по всему Земному шару [3] и имеющим длительность от 0,3 до 1,5 с. Импульсы приходят от исключительно мощных грозových разрядов, и их амплитуда до десяти раз превосходит уровень непрерывного электромагнитного фона на частотах глобального электромагнитного (шумановского) резонанса. Недавно [4] были опубликованы временные реализации всплесков, полученные без фильтрации в широкой полосе частот, имеющие исключительно высокое временное разрешение. Запись волновых форм сигналов велась приемником с полосой пропускания от 1 Гц до 11 кГц, частота дискретизации составляла 22 кГц.

По таким импульсным сигналам можно определить расстояние от наблюдателя до молнии [5–7], что, в принципе, позволяет проводить глобальную локацию сверхмощных грозových разрядов из одного или нескольких пунктов наблюдения [8]. Интерес к всплескам СНЧ-излучений возобновился в последнее время [9–11] потому, что их источники способны вызывать свечения в мезосфере, так называемые «красные спрайты» (*red sprites*) [12–14]. Связь СНЧ-всплесков со спрайтами исследовалась во многих работах, мы упомянем здесь только некоторые из них [10, 15–17].

Для определения расстояния от наблюдателя до супермолнии, которая породила СНЧ-импульс, обычно используют спектры поля. Мето-

дика была предложена в работах [5, 6] и с тех пор применяется во многих исследованиях (см. например работы [7–11]). Дистанции находят по интерференционной картине в регулярной последовательности пиков шумановского резонанса. Она возникает из-за интерференции прямой, антиподной и кругосветных радиоволн, приходящих от точечного источника к наблюдателю с соответствующими задержками во времени. Во временном представлении наблюдается последовательность пиков: прямой и антиподный импульсы, за которыми следуют уменьшающиеся по амплитуде кругосветные волны. Если полоса пропускания приемника достаточно широка, то форма временной реализации определяется исключительно дистанцией до источника. Типовой СНЧ-приемник использует полосу частот ниже 50 Гц, при этом еще приходится дополнительно фильтровать узкополосные помехи промышленной частоты 50 Гц и ее гармоники, поскольку индустриальная помеха превышает естественный СНЧ-радиосигнал до 60 дБ даже в сельской местности [17]. На выходе такого типового приемника отдельные субимпульсы СНЧ-всплеска сливаются в некую уменьшающуюся во времени волну, форма которой определяется временной функцией отклика приемника. По этой причине не представлялось возможным экспериментально наблюдать неискаженные временные реализации СНЧ-всплесков.

Временная форма СНЧ-всплеска как функция дистанции исследовалась в работах [15–20], в которых удалось построить аналитиче-

ское решение во временном представлении и ускорить сходимость полученных разложений. Это решение приводится в приложении. Модельные волновые формы строят для идеального приемника с бесконечной частотой пропускания. Оказалось, что они мало похожи на всплески, зарегистрированные экспериментально с помощью типичных СНЧ-приемников. Теперь представилась возможность сравнить расчет с образцами высокоточных широкополосных волновых форм [4].

Записи радиосигнала [4] выполнялись в полосе 1 Гц – 11 кГц, охватывающих диапазон СНЧ (3 Гц – 3 кГц) и нижнюю часть СДВ-диапазона (3–30 кГц). Частота дискретизации была равна 22 кГц. Измерялась только вертикальная электрическая компонента поля, пункт наблюдения располагался в г. Точи, Япония (33,3° с. ш. и 33,4° в. д.). Отбирались отдельные импульсы, записанные в условиях низкого уровня помех, что позволило отказаться от фильтрации. Временные изменения фиксировались параллельно в двух каналах: широкополосном и узкополосном. Последний – это классический радиоприемник шумановского резонанса, работающий в полосе частот 4–40 Гц [4]. Ниже используются экспериментальные временные формы, записанные в широкой полосе, т. е. такие импульсы, форма которых определяется исключительно спектром источника поля и распространением в промежутке Земля – ионосфера. В работе [4] временные реализации классифицированы по морфологии, введены типы *W*, *V*, и *V–V*. Ниже проводится сравнение теории и опыта для всех типов радиосигналов.

При сопоставлении данных сначала используется дистанция источник – приемник, полученная экспериментально во временном представлении по запаздыванию антиподной волны относительно прямой, а также по времени прихода кругосветной волны [4]. Для этих «экспериментальных» дистанций рассчитывается ожидаемая форма импульса, применяется алгоритм ускорения сходимости решения задачи СНЧ-распространения во временной области [16, 20]

(см. также приложение). Затем расчетный и измеренный импульсы совмещаются на одном графике для визуального сравнения. Данные, участвующие в таком сопоставлении, можно назвать «независимыми», так как используются значения параметров, найденные непосредственно из измерений. Затем «экспериментальные» оценки дистанции уточняются, что уменьшает отклонения расчета от измерений. К сожалению, экспериментальный материал сохранился только в графическом виде, что исключило использование формальных критериев подгонки.

1. Модель распространения. Прежде чем приступить к расчетам, необходимо задать частотную зависимость постоянной распространения $\nu(f)$ для нулевой моды сферической полости Земля – ионосфера. Мы воспользовались результатами синхронных и когерентных измерений шумановского резонанса в двух далеко разнесенных по долготе пунктах приема: Харькове и Улан-Удэ. Детальное описание измерений сдержится в работах [17, 21–23]. Экспериментально были получены три типа спектров глобального электромагнитного резонанса: индивидуальные спектры мощности колебаний в каждом из пунктов приема, комплексные взаимные спектры и амплитудные спектры всплесков СНЧ-излучений, записанных в двух обсерваториях. По пиковым частотам и ширине резонансных максимумов были получены оценки постоянной распространения в области частот шумановского резонанса [21]. В таблице приведены усредненные данные по затуханию радиоволн [17, 21], они же представлены на графиках рис. 1. Вдоль оси абсцисс рисунка отложена частота, а вдоль ординат – приведено погонное затухание волн. Данные измерений показаны точками с координатами, равными пиковым частотам спектра. Как видно, погонное затухание волн оказывается самым высоким, если при его оценке использовать спектры мощности колебаний. Затухание, найденное по СНЧ-всплескам, оказывается наименьшим, а затухание, определенное по взаимным спектрам, занимает промежуточное положение.

Затухание СНЧ-радиоволн, найденное по экспериментальным данным, собранным одновременно в обсерваториях, разнесенных по долготе

Номер моды шумановского резонанса	Погонное затухание – $\langle \text{Im}\{\nu\} \rangle$ СНЧ-радиоволн, найденное из:		
	спектра мощности	взаимного спектра	спектров всплесков СНЧ-излучения
1	0,13 ± 0,03	0,08 ± 0,02	0,17 ± 0,03
2	0,21 ± 0,04	0,16 ± 0,05	0,19 ± 0,05
3	0,27 ± 0,06	0,23 ± 0,07	0,21 ± 0,05
4	0,34 ± 0,08	0,23 ± 0,03	0,21 ± 0,05
5	0,40 ± 0,13	0,28 ± 0,08	0,22 ± 0,07
6	нет данных	нет данных	0,22 ± 0,06
7	нет данных	нет данных	0,12 ± 0,04

Опытные данные аппроксимируются тремя линейными функциями частоты, показанными на рис. 1:

$$\nu(f) = \frac{f-2}{6} - i \frac{f}{75} \quad \text{спектры мощности; (1)}$$

$$\nu(f) = \frac{f-2}{6} - i \frac{f}{100} \quad \text{взаимные спектры; (2)}$$

$$\nu(f) = \frac{f-2}{6} - i \left(\frac{1}{6} + \frac{f}{700} \right) \quad \text{СНЧ-всплески. (3)}$$

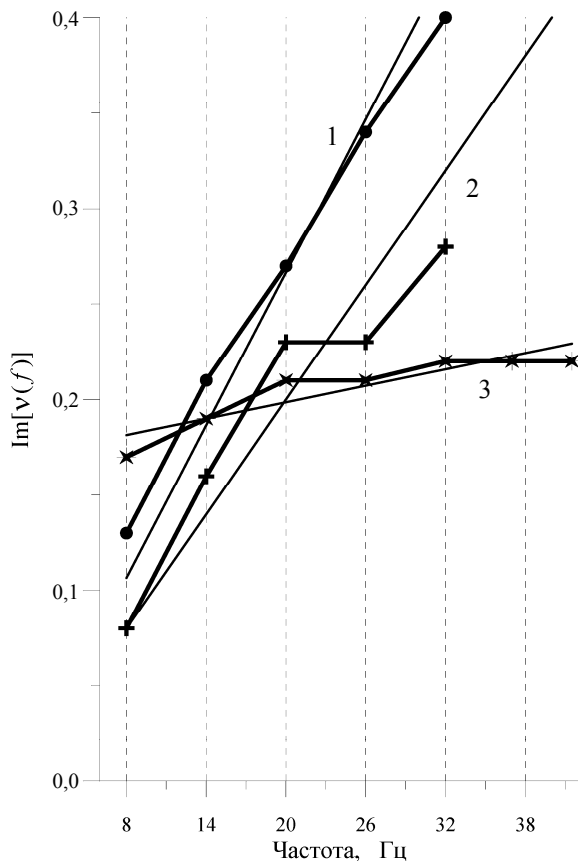


Рис. 1. Погонное затухание СНЧ-радиоволн, полученное из синхронных когерентных измерений шумановского резонанса в Харькове и Улан-Удэ: 1 – энергетические спектры; 2 – взаимные спектры; 3 – спектры всплесков СНЧ-излучений

Реальные части постоянных распространения (1)–(3) практически совпадают, поскольку резонансные пики всех спектров приходятся на частоты 8, 14, 20 Гц и т. д. Таким образом, модели отличаются друг от друга величиной погонного затухания радиоволн.

При вычислении волновых форм всплесков СНЧ-излучений используется затухание, найденное по взаимным спектрам, т. е., формулой (2), где $-\text{Im}\{\nu(f)\} = f/100$ и применяется решение задачи о распространении радиоволн в одно-родном промежутке Земля – ионосфера во вре-

менном представлении [16, 20] (см. приложение). Предполагается, что частотная характеристика приемника не зависит от частоты. В отличие от работы [22], в которой показано, что излучение источников СНЧ-всплесков падает с частотой, используется «белый» спектр токового момента источника $I_{ds}(f) = \text{const} = 10^8$ А·м. Поляризация грозового разряда выбиралась положительной за исключением одного случая, т. е. предполагалось, что молния переносит из облака на землю положительный заряд. Сравнение с опытными данными [4] показало, что модель «белого» источника хорошо согласуется с наблюдениями, однако величина токового момента разряда оказывается заниженной. На приводимых ниже рисунках расчетная амплитуда отложена вдоль правой ординаты, а измеренная – вдоль левой.

2. Сравнение форм импульсов. На рис. 2–5 сопоставляются расчетные (кривые с точками) и экспериментально наблюдаемые формы импульсов (сплошные кривые). Поскольку опытные данные были взяты из работы [4], графики приводятся в той же последовательности, что и в этой работе. Подобие графиков очевидно, что подтверждает правильность оценок дистанций до источника, полученных в работе [4]. Таким образом, методика, предложенная и реализованная в [4], вполне работоспособна для всех типов СНЧ-всплесков (W , V и $V-V$). При широкополосном приеме для определения расстояния источник – приемник нет необходимости использовать спектры импульсов. Обратимся к сопоставлению данных.

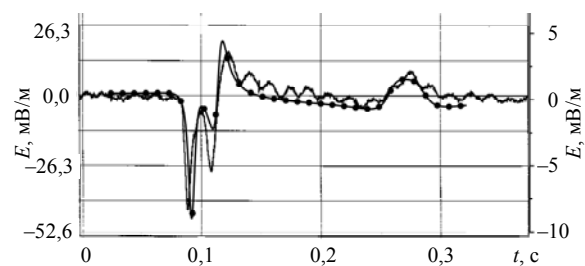


Рис. 2. Сопоставление экспериментального и модельного всплесков типа W

Кривые с точками на рис. 2–5 показывают расчетные импульсы, наложенные на экспериментальные записи. Сплошная кривая на рис. 2 показывает записанный всплеск (рис. 4 в работе [4]). Этот всплеск морфологически относится к W -типу (в нем налагаются прямая и антиподная волны), а дистанция от наблюдателя до источника оценивается в 17,4 Мм (1 Мм = 1000 км). Если совместить серединные субимпульсы, то остальные элементы обеих кривых ведут себя похожим образом: прямая волна, антиподный и кругосветный импульсы оказываются весьма близкими.

Модельные расчеты подтверждают оценку дистанции в 17,4 Мм, полученную в работе [4] непосредственно из эксперимента. Имеющиеся отличия, возможно, подчеркиваются присутствующим в записи квазипериодическим сигналом промышленной помехи, приходящей от местных линий электропередачи.

На рис. 3 сопоставляются экспериментальные и модельные импульсы, пришедшие с расстояний 18,3 и 18,0 Мм (рис. 5, 6 в работе [4]). Снова наблюдается хорошее согласие волновых форм. Сравнивая графики между собой, отметим одинаковую тенденцию в дистанционных изменениях относительно промежуточного максимума (субпика) в импульсах *W*-типа. Правда, этот субпик в модели выражен не столь ярко, как в эксперименте.

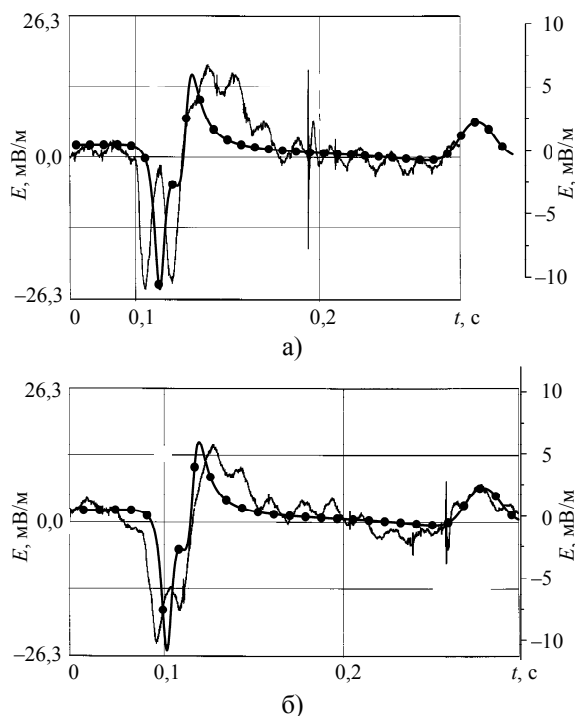


Рис. 3. Сопоставление экспериментальных и модельных СНЧ-всплесков: а) – расстояние до источника 18,0 Мм; б) – расстояние до источника 18,3 Мм

Необходимо признать, что пики прямой и антиподной волн у расчетного импульса находятся ближе друг к другу, чем в наблюдениях. Такое отличие говорит о том, что расстояние от наблюдателя до молнии в действительности было меньшим, чем определенное в работе [4]. Мы вернемся к сопоставлению форм импульсов после подгонки расстояния до источника. В записях фоновой составляющей на рис. 3 видно, что сигнал представляет собой суперпозицию импульсов от отдельных молний (в среднем по планете происходит около 100 разрядов в секунду). На записях рис. 3 отчетливо видны мощные атмосферери-

ки, включая «медленные хвосты». Последние – это импульсы, пришедшие от молний на расстоянии в несколько тысяч километров. Они содержат компактную головную часть, за которой следует медленная полуволна или «хвост». Такие импульсы подробно исследовались в середине XX в.

Сравнение наблюдательных и расчетных данных на рис. 4 и 5 отвечает дистанциям источник – приемник, близким к антиподным (19,2 Мм), или к «приэкваториальным» (9,7 и 9,8 Мм). В первом случае (см. рис. 4) у волны типа *W* средний субимпульс почти полностью исчезает, в модельной волновой форме импульсы прямой и антиподной волн складываются так, что промежуточный пик исчезает (*V*-тип). В случае экваториальных дистанций, показанных на рис. 5, прямая и антиподная волны хорошо разделены во времени, и соответствующий импульс относится к *V-V*-типу.

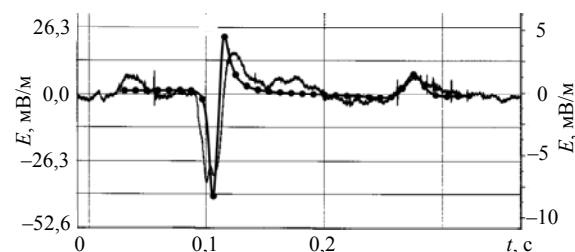


Рис. 4. Экспериментальный и модельный СНЧ-всплески для дистанции 19,2 Мм

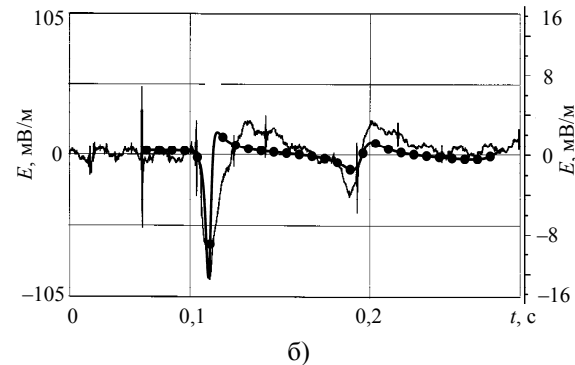
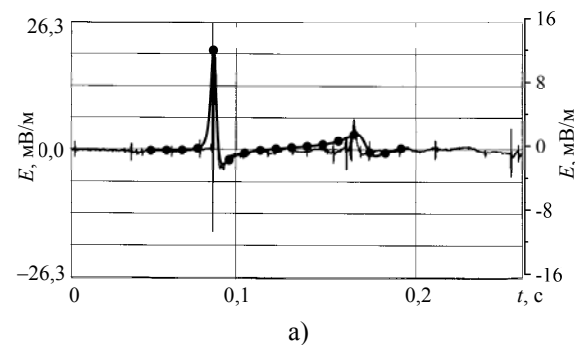


Рис. 5. Экспериментальные и модельные импульсы: а) – расстояние от положительного пробоя 9,7 Мм; б) – расстояние от отрицательного пробоя 9,8 Мм

Для всех типов импульсов подобие модельных и экспериментальных графиков очевидно. «Правильное» расположение антиподной волны относительно прямой наблюдается на всех реализациях так же, как и положение кругосветной волны. Тем не менее, более пристальное сопоставление графиков обнаруживает отличия данных. Отклонения могли быть обусловлены следующими причинами:

- оценки дистанции, найденные экспериментально, неточны. Отклонения волновых форм необходимо уменьшить за счет уточнения расстояния до источника;
- в качестве постоянной распространения $v(f)$ необходимо было использовать более сложную функцию частоты, чем линейная;
- токовый момент источника зависит от частоты, что в расчете не учитывалось.

Ниже проанализируем, действительно ли можно приблизить модель к эксперименту, и оценим, насколько действенными окажутся упомянутые выше уточнения.

3. Уточнение дистанции до источника.

Сопоставление опытных и расчетных данных говорит об их хорошем соответствии, включая детали волновых форм. Поэтому методика работы [4] для определения дистанции по времени задержки антиподного импульса относительно прямой волны эффективна и достаточно точна. С другой стороны, хорошее «независимое» воспроизведение данных наблюдений с помощью использованной нами модели свидетельствует о том, что такое сравнительно простое описание СНЧ-распространения в промежутке Земля – ионосфера соответствует результатам наблюдений.

Прежде чем заняться подгонкой дистанции, обсудим одно свойство импульсных сигналов, отмеченное, но не объясненное в измерениях. Большая часть зарегистрированных импульсов приходит к наблюдателю с больших дистанций, близких к антиподу. Эта особенность объясняется расчетной дистанционной зависимостью амплитуды СНЧ-всплеска, показанной на рис. 6 [15, 18]. Здесь по горизонтальной оси отложена дистанция от наблюдателя до импульсного источника поля постоянной амплитуды. Вдоль вертикальной оси отложена амплитуда первой полуволны СНЧ-импульса, измеряемая в децибеллах относительно 1 мВ/м. Немонотонные изменения амплитуды импульсного поля с расстоянием объясняются геометрической фокусировкой радиоволны, распространяющейся в сферическом промежутке Земля – ионосфера.

Действительно, круговой фронт импульсной волны, ушедшей от точечного источника поля, вначале расширяется. Затем он начинает сходить к точке антипода источника, что происходит после того, как волна прошла «экваториальную» дистан-

цию в 10 Мм. При подходе к антиподу амплитуда увеличивается с расстоянием. Геометрическая сходимость волны комбинируется с ее пространственным затуханием, обусловленным потерями энергии в волноводе. Поскольку потери увеличиваются с частотой (см. рис. 1), то при прочих равных условиях электромагнитная энергия «высоких» частот убывает с дистанцией быстрее, чем в нижней части СНЧ-диапазона. Поэтому импульсный сигнал, бывший изначально «белым», превращается в «розовый» по мере распространения. Во временной области отмечается расширение первой полуволны импульсного сигнала по мере распространения [15–20].

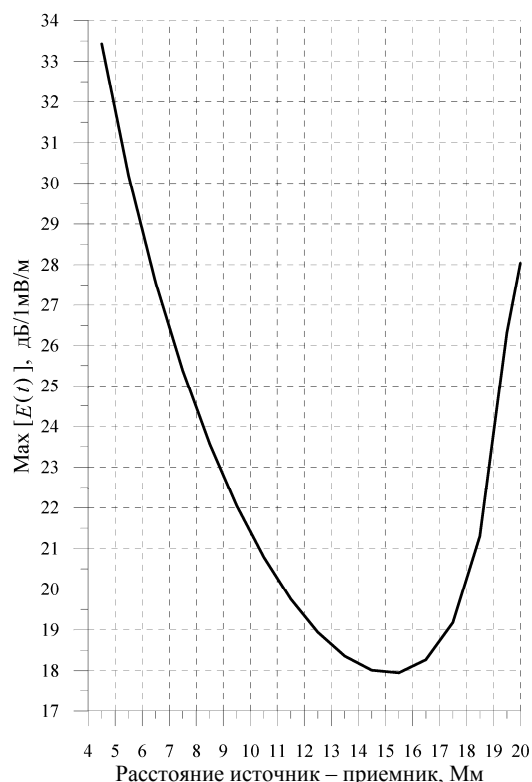


Рис. 6. Амплитуда первой полуволны СНЧ-радиоимпульса как функция дистанции

Из-за затухания радиоволн фокусировка поля в антипode источника не может полностью восстановить начальный импульс, его амплитуда возрастает при подходе к 20 Мм, но в точке антипода импульс останется конечным. Этот характерный для широкополосного сигнала процесс демонстрируется на рис. 6. Видно, что минимум амплитуды приходится не на 10 Мм (максимальная длина волнового фронта), а на 15,5 Мм, что обусловлено потерями. Затем фокусировка начинает преобладать, и поле в антипode по сравнению с его минимальным значением возрастает примерно на 10 дБ или в три раза по амплитуде. Это увеличение амплитуды с расстоянием и объ-

ясняет экспериментально наблюдаемый факт регистрации импульсов от удаленных источников.

Мы отмечаем подобие расчетных и регистрируемых импульсных форм, не вдаваясь при этом в отличия. Покажем, что отклонения модели от наблюдений уменьшаются при подгонке дистанции до источника. Главную роль играет именно расстояние до источника, а возможные улучшения

модели распространения носят второстепенный характер. Соответствующие графики представлены на рис. 7, из которого видно, что отличие опытных и расчетных данных уменьшилось (сравнить рис. 7 с рис. 2–5). В частности, модельные субимпульсы стали более рельефными, а положение прямой и антиподной волн согласуется в большей степени.

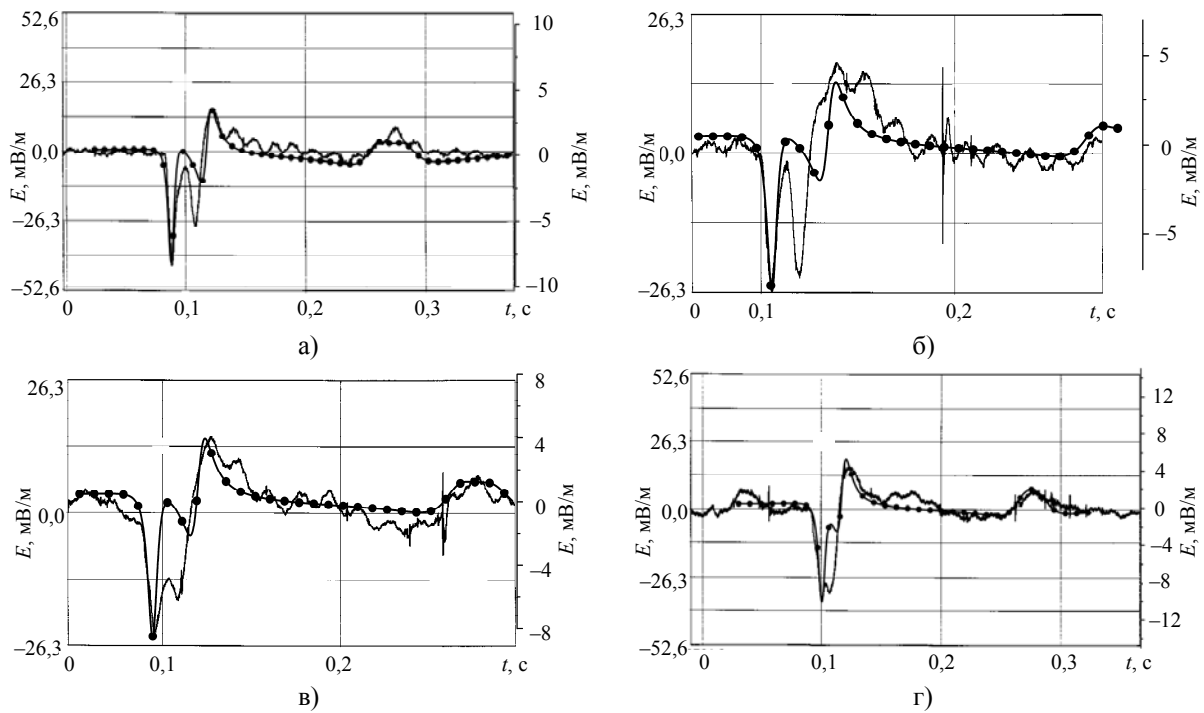


Рис. 7. Сопоставление форм импульсов после подгонки дистанции источник – приемник: а) – результат уточнения расстояния источник – приемник для данных рис. 2; б) – волновые формы рис. 3, а после уточнения расстояния; в) – уточнение расстояния до источника на рис. 3, б; г) – подгонка расстояния для рис. 4

Потребовались незначительные, около 1 Мм, уточнения расстояний до источника. Поправки лежат в пределах точности определения дистанции источник – приемник СНЧ-методами частотной области [10, 17, 23]. Отсюда мы заключаем, что глобальная локация сверхмощных грозовых разрядов имеет характерную погрешность в ± 1 Мм по расстоянию независимо от применяемой методики, временной или частотной.

Волновые формы рис. 5 требуют более сложной подгонки модели, чем простое уточнение расстояния, так как пики в расчетном и наблюдаемом импульсах полностью совпадают, однако, модельные пики существенно уже, чем экспериментально наблюдаемые кривые. Очевидно, что здесь необходимо «подправить» спектр излучения источника поля. Вместо «белого» он должен стать «красным». Такой источник создаст более широкие импульсы, лучше отвечающие наблюдениям. К сожалению, необходимая подгонка спек-

тра источника должна производиться в частотной области [9, 22, 23], что выводит нас за рамки временного представления, используемого в настоящем исследовании.

В принципе, могут потребоваться изменения и в модели постоянной распространения радиоволн. Например, можно заменить линейную функцию частоты $\nu(f)$, используемую нами, более сложной зависимостью. Можно попытаться включить в рассмотрение глобальную неоднородность ионосферы или ее анизотропию. Однако, как видно из имеющегося согласия опытных и модельных данных, такие весьма непростые изменения оказываются нецелесообразными. Подгонка дистанции уже обеспечила высокое подобие форм импульсов. Остающиеся отличия сравнимы с погрешностью измерений импульсных радиосигналов. Так, например, отличия могут быть связаны со случайным непрерывным фоновым сигналом, который до десяти раз ниже амплитуды всплеска.

Соответствующая погрешность измерений оказывается не ниже 10 %. Отклонения можно также связать с флуктуациями, присущими излучению отдельных мощных разрядов.

Выводы. Наблюдается хорошее согласие временных изменений расчетных и наблюдаемых импульсов СНЧ-диапазона. Результаты измерений с исключительно низким уровнем промышленных помех при регистрации сигналов в широкой полосе частот получены без применения режектирующих фильтров и при рекордно высокой частоте дискретизации. Сравнение данных свидетельствует:

– экспериментальная методика определения расстояния по запаздыванию антиподной и кругосветной волн относительно прямой волны дает надежные оценки дистанции;

– совпадение расчетных форм с наблюдениями говорит о достоверности модели резонатора с изотропной однородной ионосферой и постоянной распространения, линейно изменяющейся с частотой.

Приложение.

Ниже приводится решение во временном представлении. Поля получают, выполнив преобразование Фурье от комплексных спектров

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_r(\omega) \exp(i\omega t) dt; \quad (4)$$

$$H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_\varphi(\omega) \exp(i\omega t) dt. \quad (5)$$

Здесь $E_r(\omega)$ и $H_\varphi(\omega)$ – спектральные компоненты вертикального электрического и горизонтального магнитного полей соответственно в (В-с)/м и (А-с)/м; ω – круговая частота в обратных секундах.

Источником поля служит точечный вертикальный электрический диполь с токовым моментом, не зависящим от частоты $M_C(\omega) = M_0 = \text{const}$. Спектральные компоненты поля представляются разложениями в ряды зональных гармоник [5, 15–20, 23, 24].

$$E_r(\omega) = \frac{i\nu(\nu+1)}{\omega} \frac{M_C(\omega)}{4\pi\epsilon h a^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)P_n(x)}{(n-\nu)(n+1+\nu)}; \quad (6)$$

$$H_\varphi(\omega) = \frac{M_C(\omega)}{4\pi h a c^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)P_n^1(x)}{(n-\nu)(n+1+\nu)}; \quad (7)$$

где $\nu = \nu(\omega)$ – комплексная постоянная распространения, значения которой лежат в первой четверти ($\text{Re}\{\nu\} \geq 0$ и $\text{Im}\{\nu\} \geq 0$); $M_C(\omega)$ – токовый момент источника в А·м·с; h – эффективная высота ионосферы над землей в метрах; ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума; a – радиус Земли в метрах; $P_n(\cos\theta)$ и $P_n^1(\cos\theta)$ – полином и присоединенный полином Лежандра

соответственно; θ – угловое расстояние от источника до наблюдателя. Используется сферическая система координат $\{r, \theta, \varphi\}$ с началом в центре Земли.

Для получения явных выражений, зависящих от частоты, необходимо использовать дисперсионное соотношение

$$\nu(\nu+1) = \left(\frac{a}{c}\right)^2 \left[\omega^2 \frac{i\omega c Z(\omega)}{h} \right], \quad (8)$$

где $Z(\omega)$ – эффективный поверхностный импеданс нижней ионосферы.

При интегрировании по частотам в (4) и (5) используется теорема о вычетах при учете эрмитовости спектральных компонент, которая означает, что замена знака у частоты эквивалентна комплексному сопряжению $F(-\omega) = F^*(\omega)$. Так доопределяются подынтегральные выражения формул (4) и (5) в левой полуплоскости комплексных частот. Затем контур интегрирования замыкается через верхнюю полуплоскость, где выполняются условия леммы Жордано. Спектральные функции $E_r(\omega)$ и $H_\varphi(\omega)$ имеют одну и ту же систему полюсов, которые находят из

$$[n - \nu(\omega)][n + 1 + \nu(\omega)] = 0 \quad \text{при } n \geq 1; \quad (9)$$

$$\omega = \nu = 0 \quad \text{при } n = 0. \quad (10)$$

Для магнитной компоненты полюс в точке $\omega = 0$ (статическое решение) отсутствует.

Для зональных гармоник, отличающихся индексом n , полюса, обозначаемые через Ω_n , находят из уравнения в первом квадранте

$$\nu(\omega) = n \quad \text{при } n \geq 1. \quad (11)$$

Корень, лежащий во второй четверти, находится из условия эрмитовости. На рис. 8 показаны полюса (симметричные относительно оси ординат) и контур интегрирования, используя линейную зависимость постоянной распространения от частоты (2), найденную по взаимным спектрам шумановского резонанса.

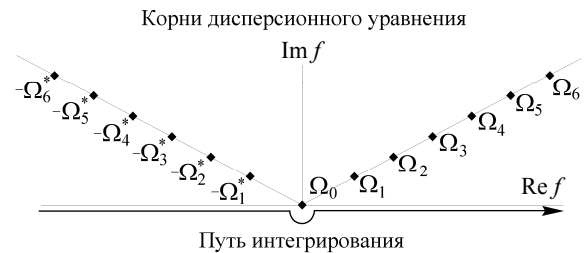


Рис. 8. Полюса на комплексной плоскости частот. Путь интегрирования лежит под осью абсцисс и замыкается в верхней полуплоскости (не показано). Корень $n = 0$ обходит снизу по полуокружности малого радиуса

После применения теоремы о вычетах и подстановки в (4) координат простых полюсов Ω_n (11) получим

$$E(t) = E_o + E_A \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1) \exp(it\Omega_n) P_n(x)}{\Omega_n \left. \frac{dv}{d\omega} \right|_{\omega=\Omega_n}} \right\}, \quad (12)$$

где амплитуда электрического поля $E_A = \frac{M_C}{2\pi\hbar a^2 \varepsilon}$. Первое слагаемое в правой части

$$(12) E_o = \frac{M_Q}{8\pi\hbar a^2 \varepsilon} \text{ описывает поле электроста-}$$

тики, связанное с моментом заряда облака и существует до начала грозового пробоя ($M_Q = -\int M_C(t) dt$). В дальнейшем статическая компонента не учитывается.

Соотношение для магнитной компоненты поля получают аналогичным образом

$$H(t) = \frac{M_C}{2\pi\hbar a c^2} \operatorname{Im} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(x) \exp(it\Omega_n)}{\left. \frac{dv}{d\omega} \right|_{\omega=\Omega_n}} \right\}. \quad (13)$$

Представление импульсного поля в виде бесконечных временных рядов было получено в работах [15, 16, 19, 20]. Покажем, что эти ряды сворачиваются к компактным выражениям. Пусть постоянная распространения есть линейная функция частоты

$$v(\omega) = A\omega + B, \quad \omega > 0 \quad (14)$$

тогда

$$\Omega_n = \frac{n-B}{A} \quad (15)$$

и

$$E(t) = E_A \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{n-B} P_n(x) \exp \left[it \frac{n-B}{A} \right] \right\}, \quad (16)$$

В частном случае зависимости (2), полученной по взаимным спектрам шумановского резонанса, имеем

$$A = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{6} - \frac{i}{100} \right), \quad B = \frac{1}{3}. \quad (17)$$

При малых временах (на коротких расстояниях от источника) экспоненциальные множители в (16) близки к единице, и ряд сходится медленно. Поэтому сходимость желательно ускорить [20], а еще лучше – свернуть ряд к некоторой функции. По аналогии с работами [17, 23, 24] применим алгоритм ускорения сходимости. В качестве вспомогательного ряда используем производящую функцию для полиномов Лежандра [25]

$$R_0(g, x) = \sum_{n=0}^{\infty} g^n P_n(x) = \frac{1}{(1-2xg+g^2)^{1/2}}, \quad (18)$$

$$g = \exp \left(i \frac{t}{A} \right).$$

Дифференцируя (18) по g внутри круга сходимости и комбинируя получаемый результат с производящей функцией, получим

$$R_{-1}(g, x) = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) g^n P_n(x) = g \frac{\partial R_0(g, x)}{\partial g} + R_0(g, x) - 1 = \frac{1-xg}{(1-2xg+g^2)^{3/2}} - 1. \quad (19)$$

Добавляя и вычитая (19) в (16), получим

$$E(t) = E_A \operatorname{Re} \left\{ g^{-B} \left[R_{-1} + B \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)g^n}{n-B} P_n(x) \right] \right\}. \quad (20)$$

Очевидно, что сходимость ряда в (20) улучшилась, так как его общий член разделили на n . Процесс ускорения сходимости можно продолжить, если последовательно использовать пред-

ставления для производящей функции (18) и ее интегралы относительно g . Остановимся на третьем шаге ускорения сходимости, получив

$$E(t) = E_A \operatorname{Re} \left\{ g^{-B} \left[R_{-1} + (R_0 - 1)B + \left(\frac{R_1}{g} - 1 \right) B(B+1) + B(B+1)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g^n P_n(x)}{(n-B)(n+1)} \right] \right\}, \quad (21)$$

где

$$R_1(g, x) = \int_0^{\tau} R_0(s, x) ds = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g^{n+1}}{(n+1)} P_n(x) = \ln \frac{g-x + (1-2xg+g^2)^{1/2}}{1-x}. \quad (22)$$

При $t > 0$ ряд (21) сходится абсолютно и равномерно во всех точках, включая источник

поля $\theta = 0$. Это означает физически, что нам удалось вынести за пределы суммирования логариф-

мическую особенность электрического поля. Формулы для магнитной компоненты получаются тем же самым способом и имеют следующий вид:

$$H(t) = H_A \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{A} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[it \frac{n-B}{A} \right] P_n^1(x) \right\}, \quad (23)$$

где амплитуда $H_A = \frac{M_C}{2\pi a h c^2}$.

Продифференцировав производящую функцию (18) по θ внутри круга сходимости, для магнитной компоненты поля можно получить замкнутую формулу

$$H(t) = H_A \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{A} \frac{g^{(1-B)} (1-x^2)^{1/2}}{(1-2xg+g^2)^{3/2}} \right\}. \quad (24)$$

Соотношение (24) указывает на степенную особенность магнитного поля вблизи источника. Так во временном представлении сохраняется известное свойство: особенность электрического поля относится к интегрируемым, а особенность магнитной компоненты не интегрируема.

Интересно получить компактное аналитическое решение задачи во временном представлении. Для этого приходится использовать однородную линейную зависимость постоянной распространения от частоты, т. е. положить $B = 0$. Тогда временные формы импульсов принимают замкнутый аналитический вид

$$E(t) = E_A \operatorname{Re} \left\{ \frac{1-xg}{(1-2xg+g^2)^{3/2}} - 1 \right\}; \quad (25)$$

$$H(t) = H_A \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{A} \frac{g(1-x^2)^{1/2}}{(1-2xg+g^2)^{3/2}} \right\}. \quad (26)$$

Соотношения (25) и (26) могут оказаться полезными при моделировании потока СНЧ-импульсов, создаваемого радиоизлучением мировых гроз [17]. Формулы (21) и (24) были использованы в настоящей работе при расчетах временных форм СНЧ-атмосфериков.

1. Ogawa T., Tanaka Y., Miura T., Yasuhara M. Observations of natural ELF and VLF electromagnetic noises by using ball antennas // J. Geomag. Geoelectr. – 1966. – 18. – P. 43–454.
2. Ogawa T., Tanaka Y., Miura T. On the frequency response of the ball antenna for measuring ELF noise signals // Spec. Contr. Geophys. Inst. Kyoto Univ. – 1966. – 6. – P. 9–12.
3. Ogawa T., Tanaka Y., Yasuhara M., Fraser-Smith A. C., Gendrin R. Worldwide Simultaneity of occurrence of a Q-type burst in the Schumann resonance frequency range // J. Geomag. Geoelectr. – 1967. – 19. – P. 377–384.
4. Ogawa T., Komatsu M. Analysis of Q-burst waveforms // Radio Science. – 2007. – 42. – RS2S18, doi:10.1029/2006RS003493.

5. Jones D. Ll. Numerical computations of terrestrial ELF electromagnetic wave fields in the frequency domain // Radio Science. – 1970. – 5. – P. 803–809.
6. Jones D. Ll. Propagation of ELF pulses in the Earth-ionosphere cavity and application to slow tail sferics // Radio Science. – 1970. – 5. – P. 1153–1163.
7. Jones D. Ll., Kemp D. T. Experimental and theoretical observations of Schumann resonances // J. Atmos. Terr. Phys. – 1970. – 32. – P. 1095–1108.
8. Лазебный Б. В., Николаенко А. П. Синхронные наблюдения всплесков СНЧ-излучений в диапазоне частот шумановского резонанса // Геомагнетизм и Аэронавтика. – 1976. – 16. – С. 121–126.
9. Burke C. P., Jones D. Ll. Global radiolocation in the lower ELF frequency band // J. Geophys. Res. – 1995. – 100. – P. 26263–26271.
10. Boccippio, D. J., Williams E. R., Heckman S. J. et al. Sprites, ELF transients and positive ground strokes // Science. – 1995. – 269. – P. 1088–1091.
11. Sato M., Fukunishi H., Kikuchi M. et al. Validation of sprite-inducing cloud-to-ground lightning based on ELF observations at Syowa station in Antarctica // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 2003. – 65. – P. 607–614.
12. Hobara Y., Iwasaki N., Hayashida T. et al. Interrelation between ELF transients and ionospheric disturbances in association with sprites and elves // Geophys. Res. Lett. – 2001. – 28. – P. 935–938.
13. Hobara Y., Hayakawa M., Williams E. et al. Location and electrical properties of sprite-producing lightning from a single ELF site // Sprites, Elves and Intense Lightning Discharges, NATO Sci. Ser., Ser. II, 2006. – 225. – P. 211–235.
14. Price C., Greenberg E., Yair Y. et al. Ground-based detection of TLE-producing intense lightning during the MEIDEX mission on board the space shuttle Columbia // Geophys. Res. Lett. – 2004. – 31, L20107, doi:10.1029/2004GL020711.
15. Nickolaenko A. P., Hayakawa M., Kudintseva I. G. et al. ELF Sub-ionospheric Pulse in Time Domain // Geophys. Res. Lett. – 1999. – 26. – P. 999–1002.
16. Nickolaenko A. P., Rabinowicz L. M., Hayakawa M. Time Domain Presentation for ELF Pulses with Accelerated Convergence // Geophys. Res. Lett. – 2004. – 31. – L05808, doi:10.1029/2003GL018700.
17. Nickolaenko A. P., Hayakawa M. Resonances in the Earth-ionosphere cavity // Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London, 2002. – 380 p.
18. Николаенко А. П., Естественные электромагнитные импульсы СНЧ-диапазона // Радиофизика и электроника. – 1997. – 2. – С. 73–79.
19. Николаенко А. П., Мяндо С. В., Рабинович Л. М., Кудинцева И. Г. СНЧ-импульсы от грозных разрядов во временном представлении // Радиофизика и электроника. – 2000. – 5. – С. 116–124.
20. Николаенко А. П., Рабинович Л. М. Ускорение сходимости временных представлений для СНЧ-импульсов, излучаемых грозными разрядами // Радиофизика и электроника. – 2000. – 5. – С. 275–282.
21. Блюх П. В., Галюк Ю. П., Гюннинен Э. М. и др. О резонансных явлениях в полости Земля – ионосфера // Изв. вузов. Радиофизика. – 1977. – 20. – С. 501–509.
22. Burke C. P., Jones D. Ll. On the polarity and continuing currents in unusually large lightning flashes deduced from ELF events // J. Atmos. Terr. Phys. – 1996. – 58. – P. 531–540.
23. Блюх П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля – ионосфера // Наукова думка. – Киев. – 1977. – 199 с.
24. Nickolaenko A. P., Rabinowicz L. M. Speeding up the convergence of zonal harmonic series representation in the Schumann resonance problem // J. Atmos. Terr. Phys. – 1974. – 36. – P. 979–987.
25. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т.1. – М.: Наука, 1973. – 296 с.

COMPARISON OF OBSERVED AND MODEL
WAVEFORMS OF *Q*-BURSTS

A. P. Nickolaenko, M. Hayakawa, M. Komatsu,
T. Ogawa

Experimental waveforms of natural *ELF* transient signals (*Q*-bursts) are compared with model computations. Vertical electric field component of *Q*-bursts was recorded at Kochi (33.3° N and 33.4° E) in 2003–2005. Separate pulses were chosen recorded in fair weather conditions in a wide frequency band with the help of a “ball” antenna. The computations were performed for the uniform isotropic spherical Earth – ionosphere cavity model with the linear frequency dependence of the wave propagation constant. Pulses arriving from different distances were compared, and each pair showed a high reciprocity of waveforms. Coincidence indicates that the model applied is correct, it simultaneously shows that distances are accurate found from the time delay between the first pulse and the antipodal and round-the-world wave.

Key words: *Q*-bursts, global electromagnetic resonance.

ПОРІВНЯННЯ СПОСТЕРЕЖУВАНИХ
ТА МОДЕЛЬНИХ ФОРМ ННЧ-СПЛЕСКІВ

О. П. Ніколаєнко, М. Хайакава, М. Коматсу,
Т. Огава

Порівнюються форми природних електромагнітних імпульсів наднизькочастотного (ННЧ) діапазону, що спостерігалися експериментально, із модельними обчислюваннями. Вертикальна електрична компонента поля сплесків ННЧ-випромінювань реєструвалася у 2003–2005 рр. у м. Точі (Японія 33,3° п.ш. та 33,4° с.д.) Відбиралися окремі імпульси, що були записані за умов доброї погоди в широкому діапазоні частот за допомогою «кульової» антени. Обчислювання виконувалися в моделі однорідного ізотропного сферичного резонатора Земля – іоносфера з лінійною залежністю сталої поширення радіохвиль від частоти. Імпульси, що надійшли з різних дистанцій, порівнювались, і кожна пара демонструвала співпадіння форм реалізацій у часі. З одного боку, це свідчить про коректність використаної моделі поширення, а з другого боку, підтверджує достовірність оцінок дистанції джерело – приймач, яку одержано із затримки імпульсів антиподної та кругосвітньої хвилі відносно першого імпульсу.

Ключові слова: сплески ННЧ-випромінювань, глобальний електромагнітний резонанс.

Рукопись поступила 16 сентября 2008 г.