

Э.Н. Михайлова, Н.Б. Шапиро

## Трехмерная негидростатическая модель субмаринной разгрузки в прибрежной зоне моря

В рамках модернизированной трехмерной негидростатической модели рассматривается задача о формировании в море слоя пониженной солености в результате поступления пресной воды из подземных источников. Моделируется субмаринная разгрузка пресных вод у м. Айя в период нагона, когда в прибрежной зоне моря образуется резкий слой скачка температуры при однородной по глубине солености. В этот период слой распресненной воды не выходил на поверхность моря, а располагался у скачка температуры. Модернизированная версия модели включает отказ от приближения «твердой крышки» и использование для скорости течения на открытых границах области условий излучения вместо условий «свободного протекания». Последнее повышает устойчивость численной схемы и позволяет проводить расчеты на длительный срок. Выявлены особенности формируемой термохалинной структуры в зависимости от положения источников пресной воды – на береговой стенке или на дне моря. Показано, что образование промежуточного слоя пониженной солености определяется видом фоновой стратификации и связано с действием источников пресной воды, расположенных глубже скачка температуры, причем их местоположение не играет решающей роли. Влияние негидростатических факторов сказывается только в непосредственной близости от источника пресной воды и не влияет на качественный характер результатов в целом.

**Ключевые слова:** субмаринная разгрузка, негидростатическая трехмерная модель, численный эксперимент, промежуточный слой пониженной солености.

**Введение.** В настоящей работе продолжены исследования субмаринной разгрузки пресных вод в районе м. Айя на Южном берегу Крыма в сентябре 2011 г. [1, 2], когда при нагоне температура имела практически двухслойную структуру: в верхнем 8-метровом слое она равнялась 22°C, глубже до дна – 9°C [3].

Особенностью субмаринной разгрузки в это время являлось существование четко выраженного промежуточного слоя пониженной солености, который наблюдался у скачка температуры в открытой части моря вблизи и на удалении (до 60 м) от берега, причем на достаточно большом протяжении (сотни метров) параллельно береговой линии.

В предыдущих работах в рамках двумерной и трехмерной негидростатической модели было показано, что формирование наблюдаемой структуры поля солености может быть связано с наличием подземных источников пресной воды, расположенных глубже скачка температуры вне карстовой полости (ее глубина не превышает 8 м).

Поскольку имеющиеся данные наблюдений не содержат информации о мощности и положении источников пресной воды, представляется целесообразным провести дополнительные численные эксперименты по исследованию роли указанных факторов в формировании наблюдаемой структуры гидрологических полей.

В данной работе в рамках трехмерной негидростатической модели рассматриваются сценарии субмаринной разгрузки, обусловленные действием

источников пресной воды, расположенных на береговой стенке или на дне моря. В отличие от предыдущих работ моделирование проводится без использования приближения «твердой крышки», что более удобно при проведении расчетов, когда источник пресной воды находится на дне моря.

**Постановка задачи.** Рассмотрим область открытого моря постоянной глубины  $H$ , ограниченную прямолинейным берегом  $y = B$ , в определенном месте которого может находиться источник пресной воды. Положим, что она ограничена открытыми боковыми границами  $x = 0$  и  $x = L$ , расположенными на достаточно большом расстоянии от источника пресной воды, и открытой границей  $y = 0$ , параллельной берегу и также расположенной достаточно далеко от источника. Будем рассматривать также вариант, когда источник пресной воды находится не на берегу, а непосредственно на дне моря внутри рассматриваемой области и также на большом расстоянии от открытых границ. Исходные уравнения запишем в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} u_t + (u^2)_x + (vu)_y + (wu)_z - fv &= -p_x / \rho_0 + Au_{zz} + A_l \Delta u, \\ v_t + (uv)_x + (v^2)_y + (wv)_z + fu &= -p_y / \rho_0 + Av_{zz} + A_l \Delta v, \\ w_t + (uw)_x + (vw)_y + (w^2)_z &= -p_z / \rho_0 + g\rho / \rho_0 + Aw_{zz} + A_l \Delta w; \end{aligned} \quad (1)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} T_t + (uT)_x + (vT)_y + (wT)_z &= \kappa T_{zz} + \kappa_l \Delta T, \\ S_t + (uS)_x + (vS)_y + (wS)_z &= \kappa S_{zz} + \kappa_l \Delta S; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\rho = \rho(T, S), \quad (4)$$

где  $u, v, w$  – компоненты скорости течения, направленные вдоль осей  $x, y, z$  соответственно;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность,  $\rho_0 = \text{const}$  – средняя плотность морской воды;  $T$  – температура;  $S$  – соленость;  $f$  – параметр Кориолиса;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $A, A_l, \kappa, \kappa_l$  – коэффициенты вертикального и горизонтального обмена. Здесь  $x, y$  – горизонтальные координаты,  $z$  – вертикальная координата, направленная вниз,  $t$  – время. Индексы внизу означают дифференцирование.

Следуя посвященным разработке и использованию негидростатических моделей работам [2, 4, 5] и приведенным в них ссылкам, представим давление  $p$  в виде суммы гидростатической части  $\Pi$  и агидростатической добавки  $q$ :

$$p = \rho_0 \Pi - \rho_0 q, \quad (5)$$

причем

$$\begin{aligned} \Pi_z &= g\rho / \rho_0, \\ -p_z / \rho_0 &= -\Pi_z + q_z, \\ -p_x / \rho_0 &= -\Pi_x + q_x, \end{aligned}$$

$$-p_y / \rho_0 = -\Pi_y + q_y. \quad (6)$$

Граничные условия запишем в линеаризованном виде. Так, на невозмущенной поверхности моря задаем атмосферное давление  $p_a$  и равные нулю потоки массы, импульса, тепла и соли, а именно при  $z = 0$  (истинный уровень моря  $z = \zeta$ )

$$u_z = v_z = 0, \quad w = \zeta_t, \quad p = p_a - g \rho \zeta, \quad T_z = S_z = 0. \quad (7)$$

Полагаем также, что при  $z = 0$

$$\Pi = p_a / \rho_0 - g \zeta, \quad q = 0.$$

Отметим, что вследствие отказа от приближения «твердой крышки» интегральное уравнение неразрывности, которое дополняет систему уравнений (1) – (4), имеет вид

$$\zeta_t = U_x + V_y, \quad (8)$$

где  $U = \int_0^H u dz$ ,  $V = \int_0^H v dz$  – составляющие полного потока.

На дне моря, при  $z = H$ , вне источника принимаем условия прилипания и отсутствия потоков тепла и соли:

$$u = v = w = 0, \quad T_z = S_z = 0. \quad (9)$$

На береговой границе  $y = B$  вне источника ставятся такие же условия, как и на дне:

$$u = v = w = 0, \quad T_y = S_y = 0. \quad (10)$$

Если источник располагается на берегу в области  $D = \{l_1 \leq x \leq l_2, z_1 \leq z \leq z_2\}$ , откуда вытекает вода со скоростью  $v_0 < 0$ , температурой  $T_0$  и нулевой соленостью, то условия для скорости течения, потоков тепла и соли при  $y = B$  и  $(x, z) \in D$  имеют вид

$$u = w = 0, \quad v = v_0, \quad (-\kappa_l T_y + v_0 T) = v_0 T_0, \quad (-\kappa_l S_y + v_0 S) = 0. \quad (11)$$

Если же источник располагается на дне в области  $G = \{l_3 \leq x \leq l_4, y_1 \leq y \leq y_2\}$ , откуда вытекает вода со скоростью  $w_0 < 0$ , температурой  $T_0$  и нулевой соленостью, то соответствующие условия при  $z = H$  и  $(x, y) \in G$  запишем в виде

$$u = v = 0, \quad w = w_0, \quad (-\kappa_l T_z + w_0 T) = w_0 T_0, \quad (-\kappa_l S_z + w_0 S) = 0.$$

Остановимся более подробно на постановке условий на открытых границах расчетной области. В предыдущих работах принимались условия «свободного протекания» для полного потока и бароклинной компоненты скорости течения, а также условия транспортности – для потоков тепла и соли. Как показали численные эксперименты, использование именно условия «свободного протекания» приводило в ряде случаев к неустойчивости численной схемы, когда все три границы полагались открытыми. Поэтому в работе [2]

рассматривалось движение в области только с одной открытой границей  $y = 0$ , а на боковых границах принимались условия прилипания. Эти границы располагались достаточно далеко от источника пресной воды, чтобы практически не было влияния на процесс субмаринной разгрузки.

В настоящей работе вместо условия «свободного протекания» используются так называемые условия «излучения» [6 – 9]. Для бароклининой компоненты скорости течения ставится условие типа условия Орлански, а для баротропной компоненты скорости течения (или для полного потока) используются два типа граничных условий. Первое – условие «излучения» для длинных баротропных волн, вытекающее из метода характеристик и связывающее уровень с нормальной к границе компонентой полного потока. Второе, более простое, – когда вдоль границы равномерно распределяется расход воды, поступающий из источника, при условии, что вода вытекает по нормали к границе. Второе условие обеспечивает баланс массы в рассматриваемой области, причем в каждый момент времени. В первом варианте баланс массы имеет место только при выходе решения на установившийся режим. Заметим, что условие «свободного протекания» при отказе от приближения «твердой крышки» вообще не гарантирует выхода решения на стационарный режим.

Первый тип условий для баротропной скорости имеет вид:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 & \quad U = c\zeta, \quad V = 0, \\ \text{при } x = L & \quad U = -c\zeta, \quad V = 0, \\ \text{при } y = 0 & \quad U = 0, \quad V = c\zeta, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $c = (gH)^{1/2}$  – скорость длинных гравитационных волн.

Приведем второй тип условий, которые использовались при проведении описанных ниже расчетов:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 & \quad U = Q/(L+2B), \quad V = 0, \\ \text{при } x = L & \quad U = -Q/(L+2B), \quad V = 0, \\ \text{при } y = 0 & \quad U = 0, \quad V = Q/(L+2B), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $Q < 0$  – суммарный расход воды, поступающей из источников.

Условия для компонент бароклининой скорости  $u', v'$ , которые определяются по формулам  $u' = u - U/H$ ,  $v' = v - V/H$ , запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 & \quad u'_t - C_{1j} u'_x = 0, \quad v' = 0, \\ \text{при } x = L & \quad u'_t + C_{lj} u'_x = 0, \quad v' = 0, \\ \text{при } y = 0 & \quad u' = 0, \quad v'_t - C_{il} v'_x = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $C_{1j}$ ,  $C_{lj}$ ,  $C_{il}$  – скорости внутренних волн, распространяющихся из рассматриваемой акватории моря по нормали к соответствующей границе. Они вычисляются непосредственно при решении задачи. При этом учитывается тот факт, что, согласно используемому алгоритму, скорости течения во внутренних точках области в  $(n+1)$ -й момент времени являются уже рассчитанными, т. е. известными. Граничное условие необходимо, чтобы рассчитать скорость непосредственно на границе.

Рассмотрим границу  $x = 0$ , которая на сетке имеет номер  $i = 1$ . Следуя [7], вначале рассчитывается скорость  $C_{2j}$  во внутренних ближайших к границе точках области. При этом предполагается, что условие (14) выполняется не только на самой границе, но и в ее окрестности. В разностном виде запишем

$$\frac{u_{2j}^{n+1} - u_{2j}^n}{\Delta t} - C_{2j} \frac{u_{3j}^{n+1} - u_{2j}^{n+1}}{\Delta x} = 0, \quad (15)$$

откуда следует

$$C_{2j} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{u_{2j}^{n+1} - u_{2j}^n}{u_{3j}^{n+1} - u_{2j}^{n+1}}. \quad (16)$$

Далее, согласно [7], полагаем

$$\begin{aligned} C_{1j} &= \Delta x / \Delta t, \text{ если } C_{2j} > 0, \\ C_{1j} &= 0, \text{ если } C_{2j} \leq 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Используя опять двухслойную неявную схему для аппроксимации условия (14)

$$\frac{u_{1j}^{n+1} - u_{1j}^n}{\Delta t} - C_{1j} \frac{u_{2j}^{n+1} - u_{1j}^{n+1}}{\Delta x} = 0, \quad (18)$$

получим

$$u_{1j}^{n+1} = \frac{u_{1j}^n + u_{2j}^{n+1} C_{1j} \Delta t / \Delta x}{1 + C_{1j} \Delta t / \Delta x}. \quad (19)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} u_{1j}^{n+1} &= u_{1j}^n, & \text{если } C_{2j} > 0, \\ u_{1j}^{n+1} &= (u_{1j}^n + u_{2j}^{n+1}) / 2, & \text{если } C_{2j} \leq 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Условия для потоков тепла и соли на границе  $x = 0$  запишем в виде

$$\begin{aligned} -\kappa_l T_x + u T &= u^+ T_{\text{фон}} + u^- T, \\ -\kappa_l S_x + u S &= u^+ S_{\text{фон}} + u^- S, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $u^+ = \max(0, u) \geq 0$ ,  $u^- = \min(0, u) \leq 0$ ,  $u \equiv u^+ + u^-$ ,  $T_{\text{фон}}(z)$ ,  $S_{\text{фон}}(z)$  – фоновые распределения температуры и солености, меняющиеся только с глубиной. Видно, что вода втекает в бассейн с фоновой, а вытекает со своей температурой (соленостью). Аналогично выводятся условия на остальных открытых границах.

В начальный момент времени, при  $t = 0$ , задаются покой и фоновая стратификация

$$u = v = w = 0, \quad T = T_{\text{фон}}, \quad S = S_{\text{фон}}. \quad (22)$$

**Численная модель.** Конечно-разностная схема, более подробно описанная в работе [2], основана на бокс-методе с сеткой  $B$ , использовании двух-слойной схемы интегрирования по времени, неявной аппроксимации вертикального обмена теплом, солью, импульсом и ускорения Кориолиса, выводе уравнения для уровня непосредственно из разностных уравнений движения и неразрывности и решении его методом верхней релаксации.

Адвективные члены в уравнениях аппроксимируются направленными разностями с первым порядком точности, чтобы обеспечить устойчивость численной схемы, положительную определенность температуры и солёности и, более того, выполнение принципа максимума (температура и солёность не должны быть меньше минимальных и больше максимальных фоновых значений).

Существующие трехмерные негидростатические модели базируются на гидростатических моделях. Для определения агидростатической добавки давления  $q$  используется версия метода расщепления, который можно описать следующим образом.

Пусть в  $n$ -й момент времени ( $t = n \Delta t$ ) нам известны распределения всех полей, а именно  $u^n, v^n, w^n, T^n, S^n, \rho^n, q^n, \zeta^n$ . Для получения решения на следующем  $(n + 1)$ -м временном шаге расчет разбивается на два этапа.

**На первом этапе** рассчитываются температура  $T^{n+1}$ , солёность  $S^{n+1}$ , плотность  $\rho^{n+1}$  и уровень  $\zeta^{n+1}$ . При расчете уровня определяются промежуточные выражения для горизонтальных компонент скорости течения  $\tilde{u}^{n+1}, \tilde{v}^{n+1}$  из уравнений движения, в которых учитывается ( $\alpha = 1$ ) агидростатическая добавка  $q^n$ :

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{u}^{n+1} - u^n}{\Delta t} + (u^n u^n)_x + (v^n u^n)_y + (w^n \tilde{u}^{n+1})_z - f\tilde{v}^{n+1} = \\ & = g\zeta_x^{n+1} + \alpha q_x^n - g \int_0^z \rho_x^{n+1} dz + A\tilde{u}_{zz}^{n+1} + A_l \Delta u^n, \\ & \frac{\tilde{v}^{n+1} - v^n}{\Delta t} + (u^n v^n)_x + (v^n v^n)_y + (w^n \tilde{v}^{n+1})_z + f\tilde{u}^{n+1} = \\ & = g\zeta_y^{n+1} + \alpha q_y^n - g \int_0^z \rho_y^{n+1} dz + A\tilde{v}_{zz}^{n+1} + A_l \Delta v^n. \end{aligned} \tag{23}$$

В разностном виде этим уравнениям соответствует система трехточечных линейных алгебраических уравнений, которая решается методом немонотонной (из-за отсутствия диагонального преобладания) матричной прогонки. В результате для каждой вертикали получим следующие выражения для горизонтальных компонент скорости течения:

$$\begin{aligned}\tilde{u}^{n+1} &= +N \tau^x + M \tau^y + \Theta \zeta_x^{n+1} + \Lambda \zeta_y^{n+1} + u^*, \\ \tilde{v}^{n+1} &= -M \tau^x + N \tau^y - \Lambda \zeta_x^{n+1} + \Theta \zeta_y^{n+1} + v^*,\end{aligned}\quad (24)$$

где  $N$ ,  $M$ ,  $\Theta$ ,  $\Lambda$  – функции, зависящие от глубины  $z$  (номера горизонта  $k$ ), коэффициента вертикальной вязкости  $A$ , параметра Кориолиса  $f$ , глубины моря  $H$  и известной за предыдущий момент вертикальной скорости  $w^n$ . Слагаемые  $u^*$ ,  $v^*$  зависят от известных за предыдущий момент горизонтальных компонент скорости течения, плотности и агидростатической добавки ( $\alpha = 1$ ).

Интегрируя уравнения (24) по глубине, точнее, суммируя по  $k$  функции  $N$ ,  $M$ ,  $\Theta$ ,  $\Lambda$ ,  $u^*$ ,  $v^*$ , получим выражения для полных потоков, которые относим к  $(n + 1)$ -му моменту времени:

$$\begin{aligned}U^{n+1} &= +n\tau^x + m\tau^y + \vartheta\zeta_x^{n+1} + \lambda\zeta_y^{n+1} + U^*, \\ V^{n+1} &= -m\tau^x + n\tau^y - \lambda\zeta_x^{n+1} + \vartheta\zeta_y^{n+1} + V^*.\end{aligned}\quad (25)$$

Подставляя полученные выражения  $U^{n+1}$ ,  $V^{n+1}$  в интегральное уравнение неразрывности

$$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = U_x^{n+1} + V_y^{n+1}, \quad (26)$$

получим уравнение для уровня  $\zeta^{n+1}$ . Определив уровень, вычислим затем его наклоны  $\zeta_x^{n+1}$ ,  $\zeta_y^{n+1}$ , сами же компоненты скорости  $\tilde{u}^{n+1}$ ,  $\tilde{v}^{n+1}$  на этом этапе не рассчитываются.

**На втором этапе** расщепления производится расчет компонент скорости, который разбивается на два полушага. На первом полушаге с использованием вычисленных значений наклонов уровня  $\zeta_x^{n+1}$ ,  $\zeta_y^{n+1}$  рассчитываются гидростатические компоненты горизонтальной скорости течения  $u^{n+1/2}$ ,  $v^{n+1/2}$  из уравнений (23), в которых полагается  $\alpha = 0$ . Также без агидростатического члена  $q_z$  из «третьего» уравнения движения (1) с помощью немонотонной прогонки рассчитывается вертикальная компонента скорости  $w^{n+1/2}$ :

$$\frac{w^{n+1/2} - w^n}{\Delta t} + (u^n w^n)_x + (v^n w^n)_y + (w^n w^{n+1/2})_z = A w_{zz}^{n+1/2} + A_f \Delta w^n. \quad (27)$$

Важно, что при решении уравнений (23), (27) удовлетворяются все граничные условия для скорости течения.

На втором полушаге из уравнений движения и неразрывности рассчитываются все три компоненты скорости течения  $u^{n+1}$ ,  $v^{n+1}$ ,  $w^{n+1}$  и агидроста-

тическая добавка  $q^{n+1}$ . Отметим, что на первом этапе уравнение неразрывности учитывалось только в интегральной форме. Теперь уравнения движения и неразрывности записываются в виде

$$\begin{aligned}\frac{u^{n+1} - u^{n+1/2}}{\Delta t} &= q_x^{n+1}, \\ \frac{v^{n+1} - v^{n+1/2}}{\Delta t} &= q_y^{n+1}, \\ \frac{w^{n+1} - w^{n+1/2}}{\Delta t} &= q_z^{n+1},\end{aligned}\tag{28}$$

$$u_x^{n+1} + v_y^{n+1} + w_z^{n+1} = 0.\tag{29}$$

Подставляя выражения  $u^{n+1}$ ,  $v^{n+1}$ ,  $w^{n+1}$  из уравнений (28) в уравнение неразрывности (29), получим трехмерное уравнение Пуассона для функции  $q^{n+1}$ :

$$\Delta q^{n+1} = q_{xx}^{n+1} + q_{yy}^{n+1} + q_{zz}^{n+1} = \Delta t (u_x^{n+1/2} + v_y^{n+1/2} + w_z^{n+1/2}) = F.\tag{30}$$

Соответствующая (30) система разностных уравнений для лапласиана  $q^{n+1}$  выводится непосредственно из разностных уравнений (28) и (29), вид которых определяется типом используемой сетки, причем как по горизонтали, так и по вертикали. В данной работе по горизонтали, как уже отмечалось, используется сетка  $B$ , а по вертикали –  $Z$ -координатная сетка, на которой  $q$  определяется на границах боксов (верхняя граница верхнего бокса – поверхность моря, нижняя граница нижнего бокса – дно). В результате получается система линейных алгебраических уравнений на 27-точечном шаблоне. Граничные условия, помимо условия  $q^{n+1} = 0$  на поверхности моря, следуют из исходных граничных условий для скорости течения. Детали вывода возможных систем линейных алгебраических уравнений для функции  $q^{n+1}$ , граничных условий, а также методов решения полученных уравнений подробно изложены в работе [2], где показано, что выбор сетки  $B$  определяет нулевые граничные условия для функции  $q$  на всех границах. Для решения системы уравнений в данной работе использовался вариант метода сопряженных градиентов [10].

После расчета  $q^{n+1}$  по формулам (28) определяются компоненты скорости течения  $u^{n+1}$ ,  $v^{n+1}$ ,  $w^{n+1}$ . Чтобы обеспечить интегральный баланс массы, соответствующий рассчитанным на первом этапе компонентам полного потока  $U^{n+1}, V^{n+1}$  (25), производится коррекция горизонтальных компонент скорости течения. А именно вводится поправка к баротропной составляющей скорости течения, которая обеспечивает выполнение равенств



$$\sum_{k=1}^N u_k^{n+1} \Delta z = U^{n+1}, \quad \sum_{k=1}^N v_k^{n+1} \Delta z = V^{n+1}. \quad (31)$$

Далее с помощью уравнения неразрывности вычисляется скорректированная вертикальная скорость на внутренних горизонтах. При этом автоматически обращается в нуль вертикальная скорость на дне, а во всех боксах выполняется закон сохранения массы.

**Численные эксперименты.** В данной работе, как и в [1, 2], моделируется ситуация, которая имела место во время экспедиции в сентябре 2011 г., когда, как уже говорилось, стратификация имела вид, характерный для нагона вод: наблюдался резкий слой скачка температуры, а соленость выше и ниже этого слоя была одинаковой, фактически постоянной по глубине. Поэтому в качестве фоновой стратификации принимались двухслойное распределение температуры (от поверхности до 8 м  $T_{\text{фон}} = 22^\circ\text{C}$ , от 8 м до дна  $T_{\text{фон}} = 9^\circ\text{C}$ ) и постоянная по глубине фоновая соленость ( $S_{\text{фон}} = 17,8\text{‰}$ ).

Расчеты проводились в рамках 40-уровневой ( $N = 40$ ) модели на равномерной сетке с шагами  $\Delta x = 2$  м,  $\Delta y = 1$  м по горизонтали и  $\Delta z = 0,5$  м по вертикали, шаг по времени  $\Delta t = 1,8$  с. Глубина моря полагалась равной 20 м, размеры области  $L = 200$  м,  $B = 100$  м. Коэффициенты вязкости и диффузии принимались равными  $A_l = 10^3$  см<sup>2</sup>/с,  $\kappa_l = 10^2$  см<sup>2</sup>/с,  $A = 10$  см<sup>2</sup>/с,  $\kappa = 0,1$  см<sup>2</sup>/с. Расход воды, поступающей из источника, задавался равным  $Q = 0,01$  м<sup>3</sup>/с. Температура  $T_0$  и соленость  $S_0$  втекающей в море воды принимались равными  $15^\circ\text{C}$  и  $0\text{‰}$  соответственно.

Рассматривались три варианта расположения источников пресной воды. В первом численном эксперименте источник располагался на берегу посередине между боковыми границами (при  $x = L/2$ ) на четырех уровнях между горизонтами 10,5 и 12,5 м. Скорость истечения равномерно распределялась по слою и равнялась  $v_0 = -2,5$  см/с.

Во втором эксперименте такой же источник располагался в придонном слое, скорость  $v_0$  задавалась также на четырех уровнях между горизонтами 18 и 20 м. Этот вариант можно рассматривать так же, как моделирование выпуска практически пресных сточных вод ниже термоклина, как это практикуется в настоящее время (см. ссылки в работе [1]).

В третьем численном эксперименте источник располагался непосредственно на дне моря в четырех боксах, расположенных в области  $98 \text{ м} \leq x \leq 102 \text{ м}$ ,  $87 \text{ м} \leq y \leq 89 \text{ м}$ , так что скорость истечения равнялась  $w_H = -1,25$  см/с.

В начальный момент времени скорости течений полагались равными нулю, температура и соленость принимались фоновыми.

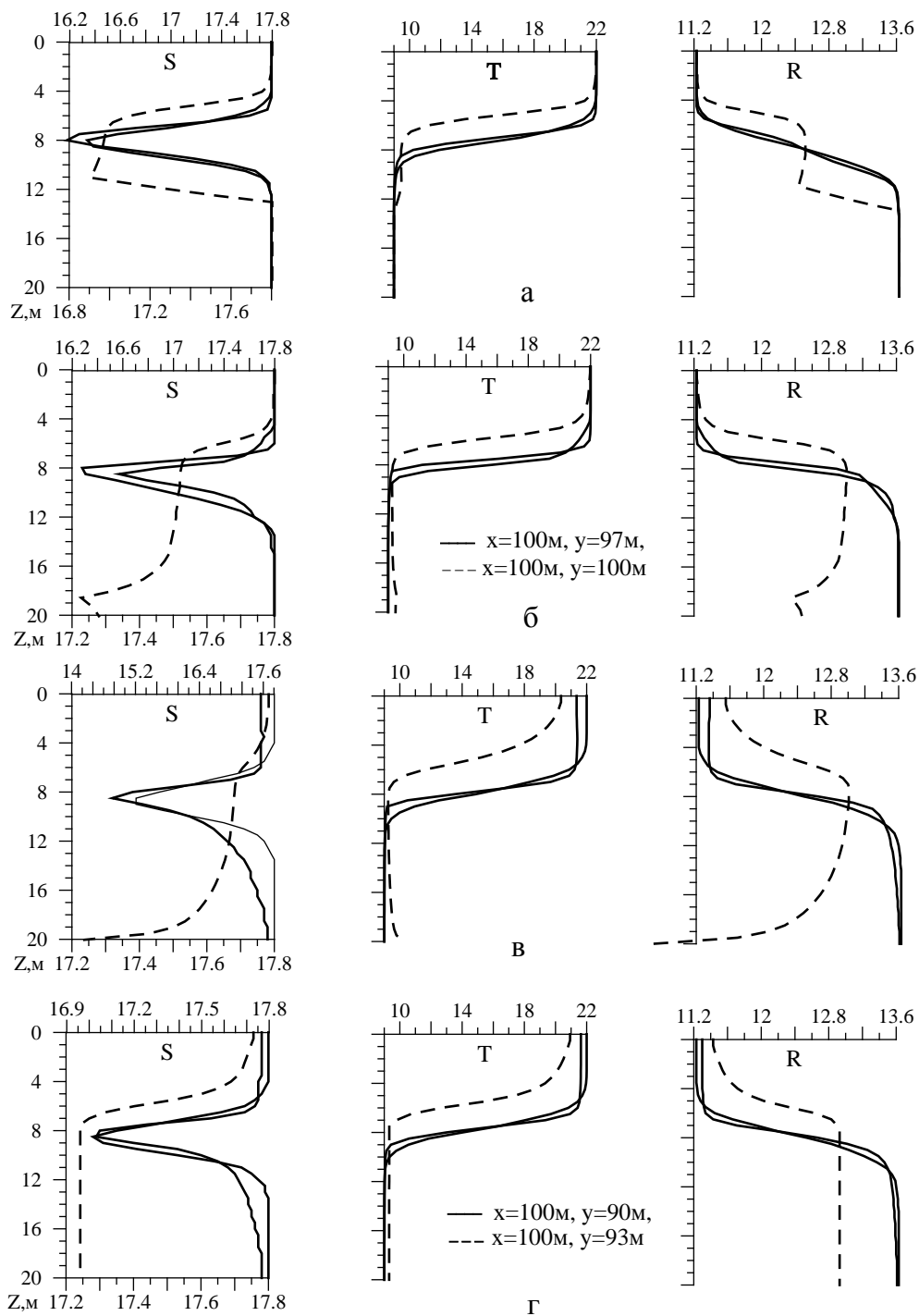
Была проведена серия численных экспериментов (сроком на 3 сут) по исследованию влияния условий на боковых границах, приближения гидростатики, роли процедуры «конвективного приспособления». Далее будут рассматриваться результаты расчетов в рамках негидростатической модели с тремя открытыми границами. При этом будут анализироваться поля, полученные через 36 ч, за это время они все практически выходили на установившийся режим.

На рис. 1 приведены результаты расчетов для указанных выше трех местоположений подводных источников субмаринной разгрузки. На рис. 1, *a* показаны вертикальные профили *T*, *S* и *R* в случае, когда источник пресной воды находится на береговой стенке на глубине 12 м, на рис. 1, *b* – на стенке у дна. На рис. 1, *в* показаны результаты расчета в случае, когда источник находится на дне моря, на рис. 1, *г* – при том же положении источника, но с применением процедуры «конвективного приспособления». Сплошные кривые – профили вдали от источника, на расстоянии 3 и 15 м от него ( $x = 50$  м,  $y = 97$  м,  $y = 85$  м – для источника на берегу;  $x = 50$  м,  $y = 93$  м,  $y = 75$  м – для источника на дне), штриховые кривые – профили непосредственно у источника.

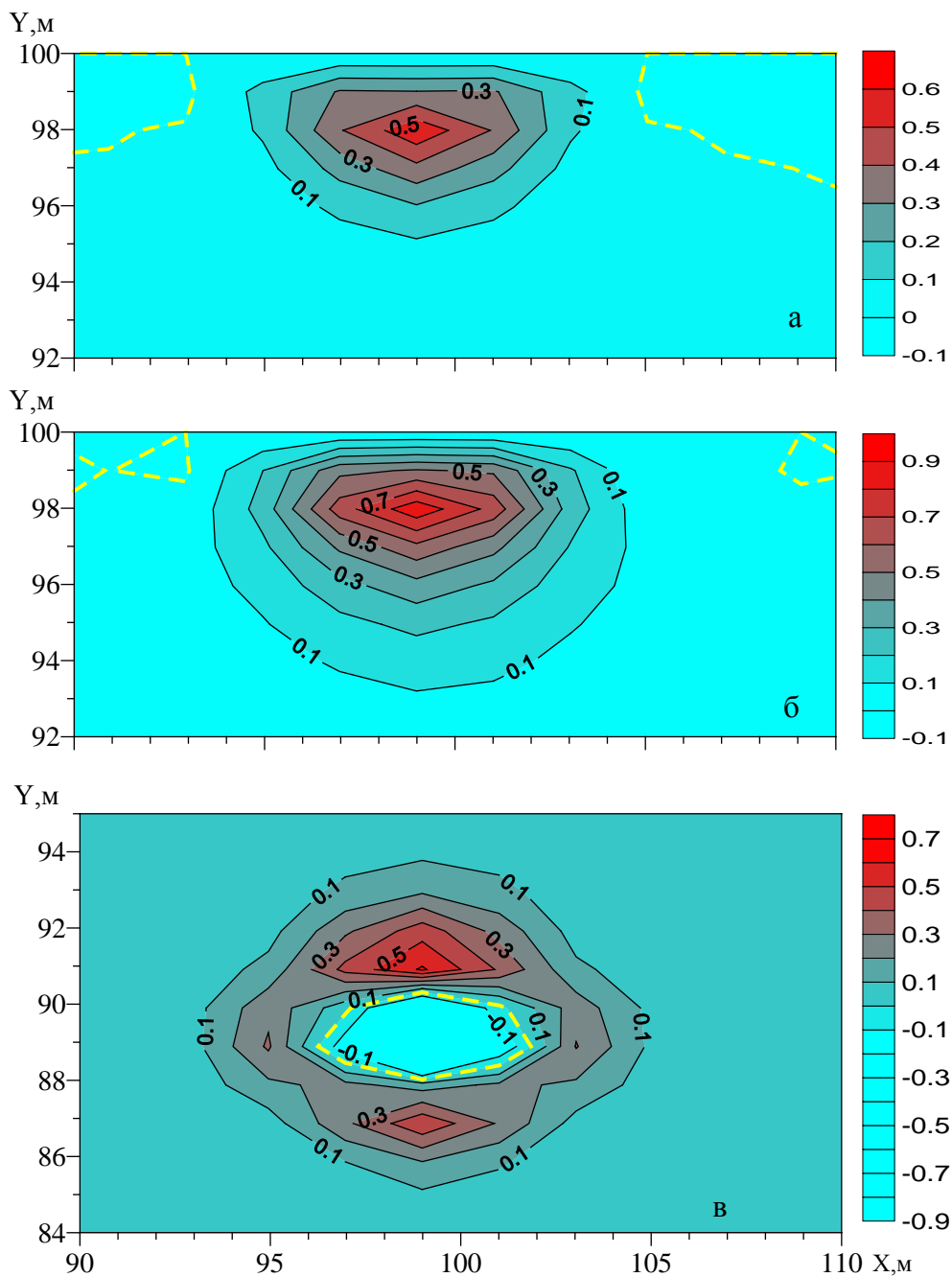
Видно, что при данной фоновой стратификации независимо от местоположения источников пресной воды в окрестности резкого скачка температуры формируется промежуточный слой пониженной солёности. Дополнительные численные эксперименты подтверждают, что этот факт имеет место во всех типах моделей (в негидростатической и гидростатической моделях), с использованием или неприменением процедуры «конвективного приспособления», а также при разном числе открытых границ. Важно, чтобы источник находился глубже слоя скачка температуры, иначе слой пониженной солёности, как показывают численные эксперименты, будет находиться у поверхности моря. Кстати, замена твердых боковых стенок открытыми границами, как и следовало ожидать, практически не отразилась на результатах расчетов.

Все профили для точек, удаленных от источников пресной воды, оказываются достаточно близкими. Характерным для них является наличие четко выраженного термоклина, пикноклина, промежуточного слоя минимальной солёности и устойчивой стратификации по плотности. В первом численном эксперименте стратификация получается устойчивой непосредственно у источника без применения процедуры «конвективного приспособления». Во втором и третьем экспериментах стратификация около источника получается устойчивой только при применении такой процедуры. Поскольку в остальной области влияние процедуры «конвективного приспособления» является несущественным, далее будут обсуждаться результаты численных экспериментов, в которых она не использовалась.

На рис. 2 показаны распределения уровня моря  $\zeta$  (см) вблизи источников пресной воды, рассчитанные при их различных положениях. Действие источников приводит к возмущению уровня в их непосредственной (примерно 5-метровой) окрестности, вдали от источников поверхность моря практически горизонтальна. Видно, что действие источника, находящегося на берегу, приводит к локальному понижению поверхности моря ( $\zeta > 0$ ), причем при заглублении источника происходит более сильное понижение. В то же время источник, находящийся на дне моря, приводит к более сложной конфигурации уровня – подъему поверхности моря над источником (образование «купола») с кольцеобразным опусканием на его периферии.

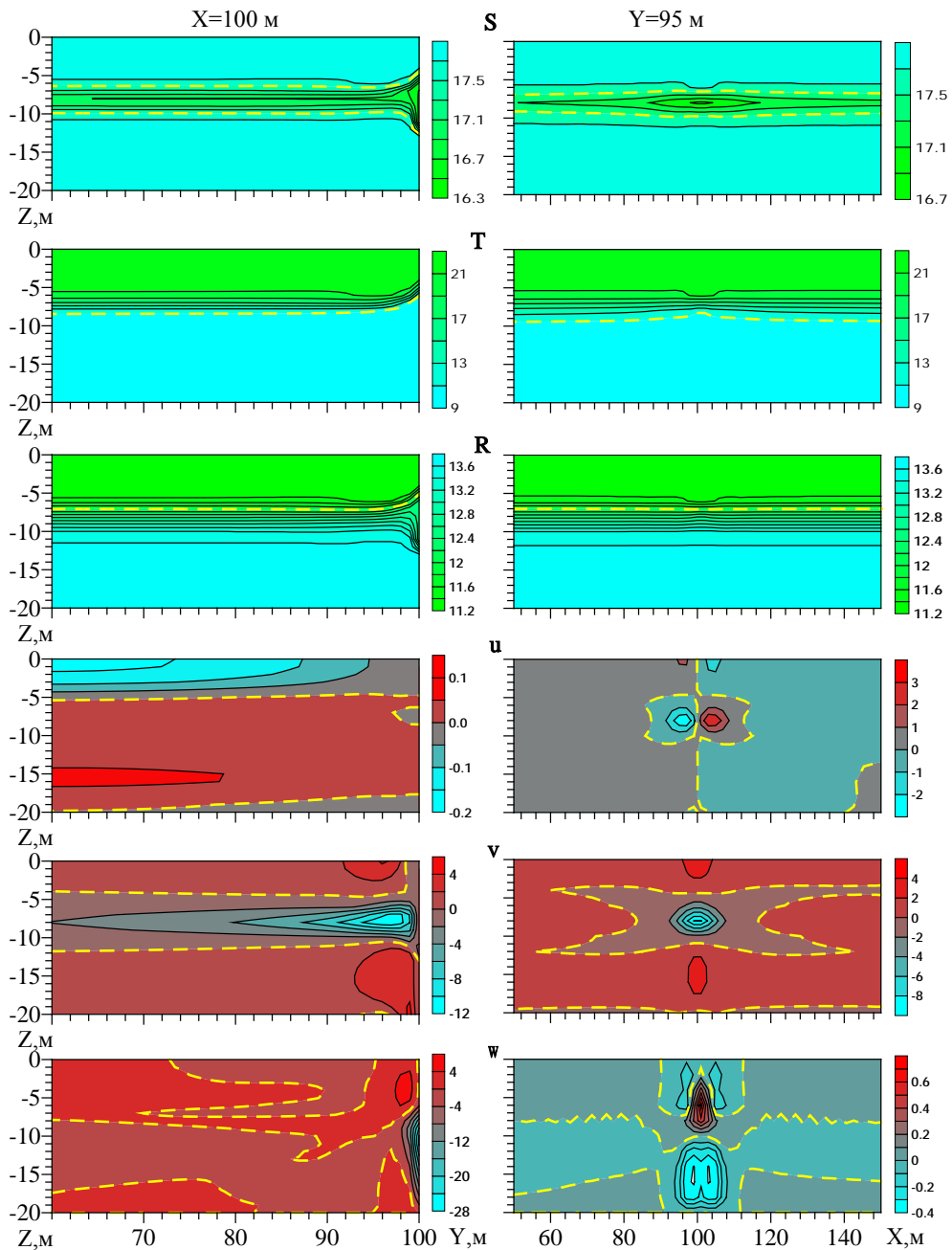


**Р и с. 1.** Вертикальные профили солёности  $S$  (‰), температуры  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) и условной плотности  $R$  (безр. ед.) в первом – *а*, втором – *б*, третьем – *в* численных экспериментах,  $z$  – то же, что и *в*, но с применением процедуры «конвективного приспособления». На графиках солёности верхняя шкала соответствует штриховым линиям, нижняя – сплошным



**Р и с. 2.** Топографии свободной поверхности моря  $\zeta$  (см) в окрестности источников пресной воды, рассчитанные при их различных положениях: на берегу у термоклина – *a*, у дна – *б*, на дне – *в*

Представление о пространственной структуре рассчитываемых полей дают распределения полей  $S$ ,  $T$ ,  $R$  и трех компонент скорости течения  $u$ ,  $v$ ,  $w$  на нормальном ( $x = L/2$ ) и параллельном берегу вертикальных разрезах (рис. 3 – 5).



**Р и с. 3.** Распределения  $S$ ,  $T$ ,  $R$  и компонент скорости течения  $u$ ,  $v$ ,  $w$  (см/с) в первом численном эксперименте: слева – на нормальном к берегу разрезе, проходящем через середину бассейна ( $x = 100$  м), справа – на параллельном берегу разрезе ( $y = 95$  м). Штриховые изолинии –  $S = 17,5\text{‰}$ ,  $T = 11^\circ\text{C}$ ,  $R = 12$ ,  $u = v = w = 0$

На рис. 3 показаны распределения, полученные в расчете, когда источник пресной воды находился на берегу непосредственно под слоем скачка темпе-

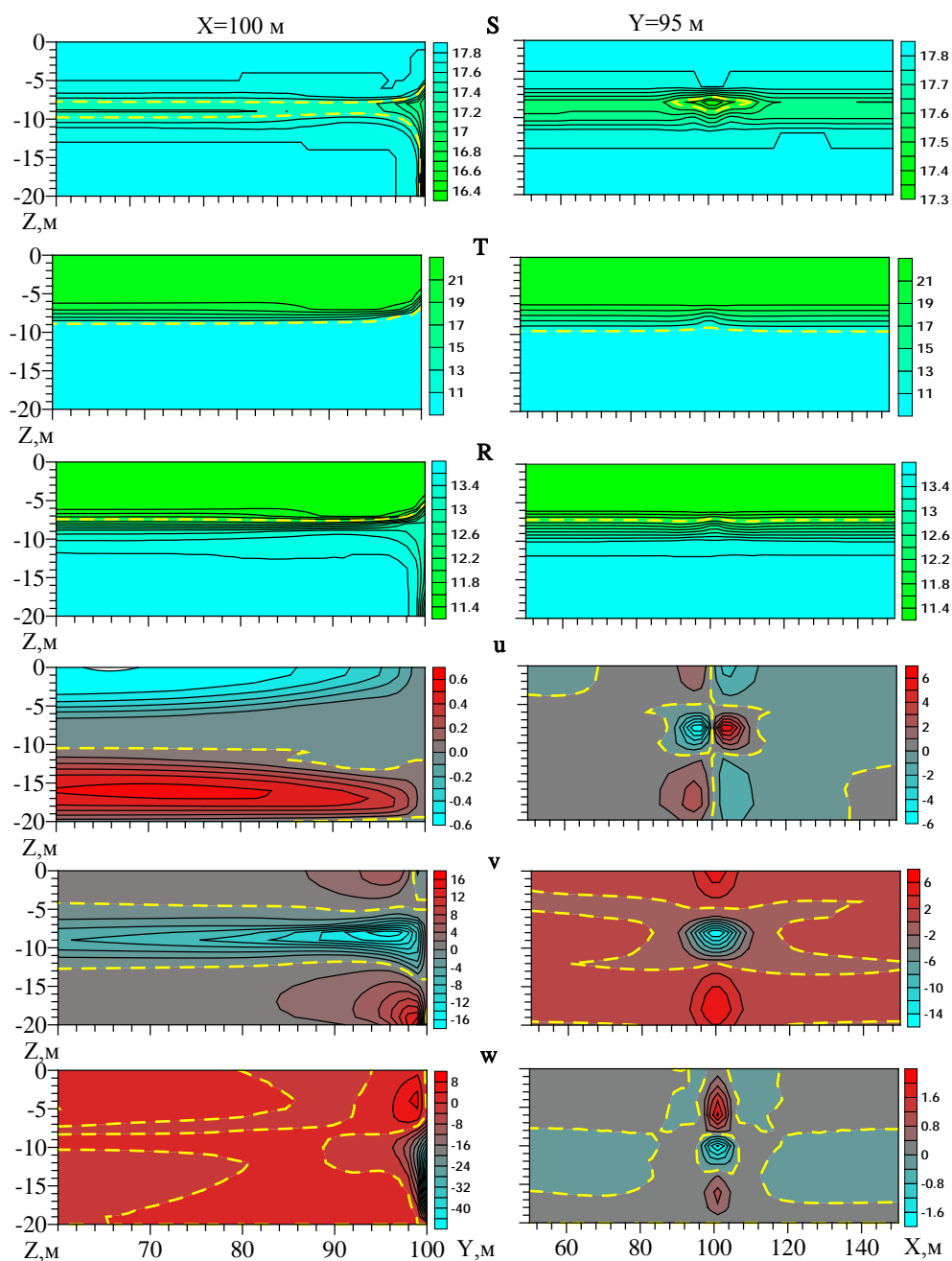
ратуры. На нормальном к берегу разрезе все поля показаны в 40-метровой зоне около источника, а на параллельном разрезе (при  $y = 95$  м) – в 50-метровой зоне по обе стороны от источника. Четко видно, что в первоначально однородном поле солёности сформировался довольно обширный по пространству промежуточный слой пониженной солёности, который сосредоточен в зоне термоклина примерно на глубине 8 м с наиболее резкими контрастами солёности вблизи источника. Субмаринная разгрузка приводит к возникновению существенно трехмерной циркуляции, наиболее интенсивной в районе источника. Поступающая из источника пресная вода вовлекает соленую воду – сверху, снизу и с боков из близлежащих областей моря, в результате чего образуется достаточно интенсивное струйное течение, сосредоточенное около слоя скачка температуры. Отметим, что представленные распределения близки к распределениям, полученным в аналогичном расчете с твердыми боковыми границами [2].

На рис. 4 показаны такие же распределения, но полученные в расчете, когда источник пресной воды находился на берегу у дна. Особенности в поле солёности здесь аналогичны предыдущему случаю, распресненный слой также сосредоточен в зоне термоклина, однако вдали от источника он более соленый. Возникающая при этом трехмерная циркуляция по сравнению с предыдущим случаем более интенсивна. Это относится как к струйному течению около слоя скачка температуры, так и к подтекающим потокам из окружающих областей моря. Отметим, что в придонном и поверхностном слоях возникают интенсивные течения, тогда как в предыдущем случае горизонтальные движения здесь значительно слабее.

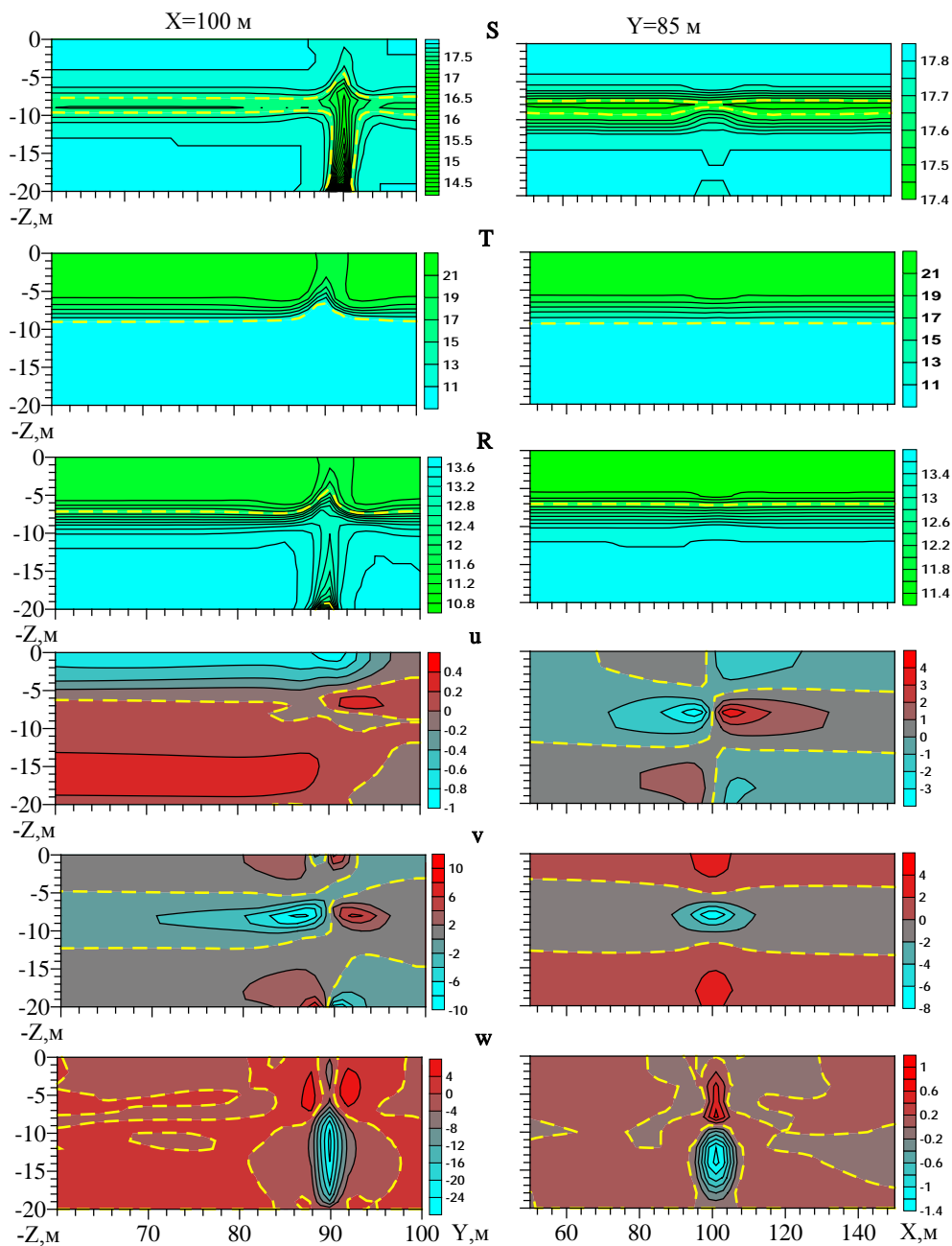
Таким образом, в обоих случаях поступающая пресная вода вследствие интенсивных вертикальных течений у источника практически сразу около стенки «всплывает» до слоя скачка, по пути перемешивается с соленой водой и под слоем скачка горизонтальными течениями разносится в открытое море в виде промежуточного распресненного слоя.

На рис. 5 показаны аналогичные распределения, полученные в расчете, когда источник пресной воды находился непосредственно на дне моря и вода из него вытекала по нормали к дну. Отметим, что приведенный на рисунке параллельный берегу разрез находится при  $y = 85$  м, как и в предыдущих вариантах, на удалении 5 м от источника пресной воды. В этом случае возникает более сложная картина. В поле солёности непосредственно над источником формируется «столб» распресненной воды, над которым возникает заметный подъем («купол») изотерм и изопикн. При этом над источником около дна образуется неустойчивая по плотности стратификация. Формирование указанного «столба» сопровождается мощным подъемом вод. Горизонтальные движения в этом случае по сравнению с двумя предыдущими более слабые, подтекающие воды на уровне скачка плотности растекаются во все сто-

роны – к берегу и в открытое море. Как и в предыдущих вариантах, возникает распределенный слой, сосредоточенный в зоне термоклина, с аналогичными характеристиками. Подчеркнем, что непосредственно над источником образуется зона сильно распределенной воды.



Р и с. 4. То же, что на рис. 3, во втором численном эксперименте

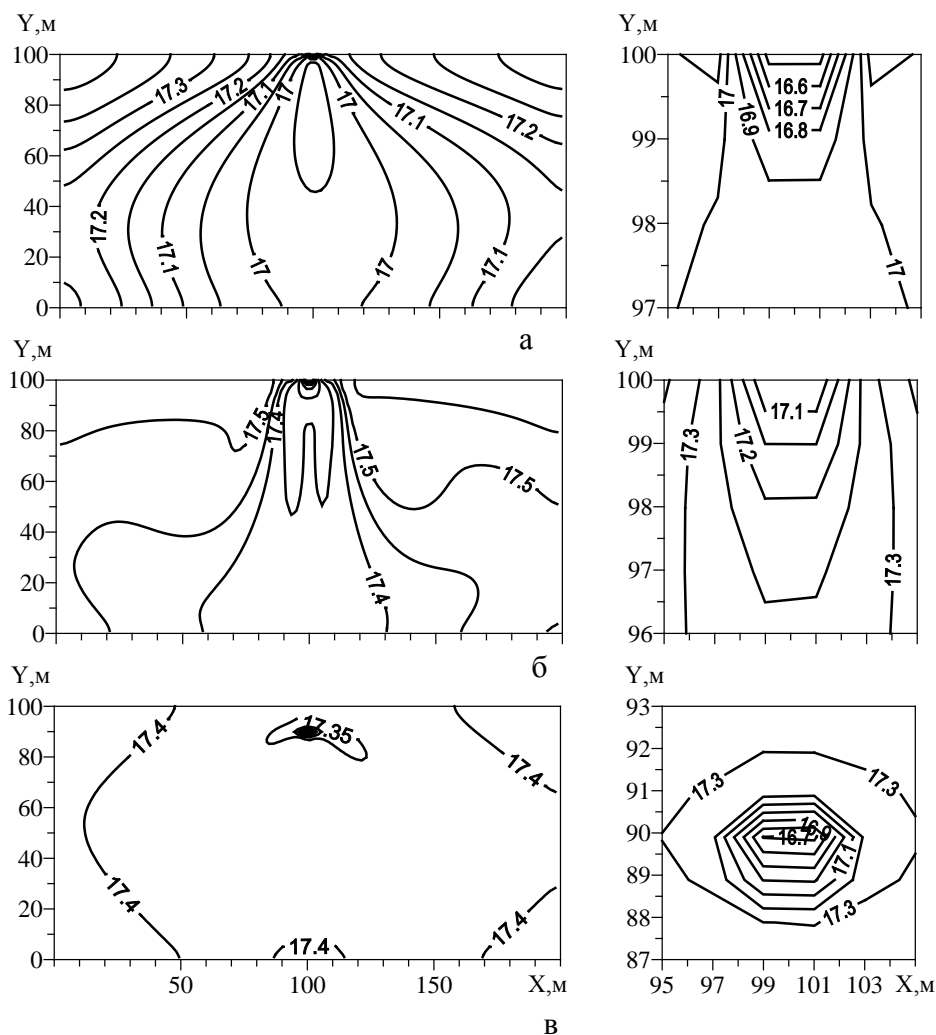


**Р и с. 5.** То же, что на рис. 3, в третьем численном эксперименте. Параллельный берегу разрез находится при  $y = 85$  м на удалении 5 м от источника пресной воды

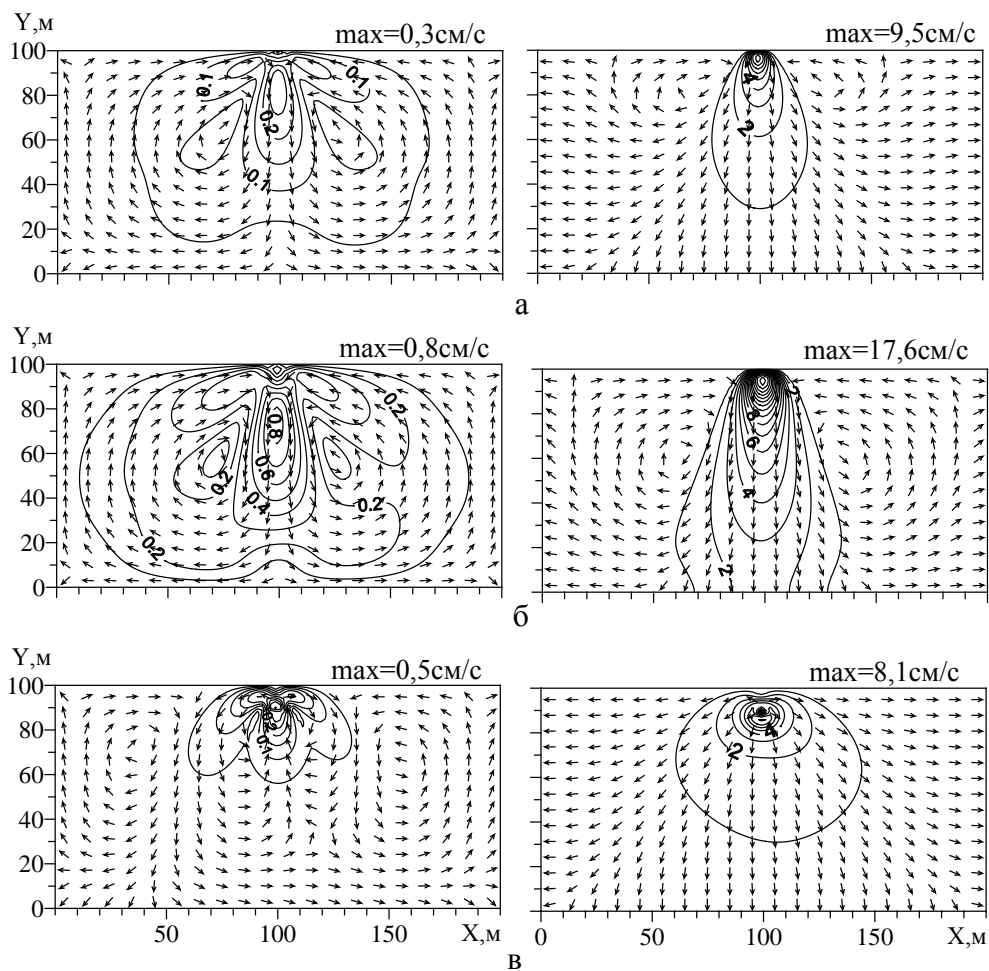
Поскольку наибольший эффект от действия подводных источников проявляется в солёности, рассмотрим более подробно ее распределения в промежуточном слое пониженной солёности на глубине 8,5 м, рассчитанные при различных положениях источника пресной воды. На рис. 6 слева приведены поля солёности во всей рассматриваемой области, справа – в окрестности ис-



точника. Отметим, что положение источника пресной воды влияет на распределение солености на данном горизонте, причем как качественно, так и количественно. Так, например, источник пресной воды, находящийся на берегу около термоклина, вызывает значительное распреснение морской воды практически на всем горизонте. Заглубление источника приводит к ослаблению распреснения на этом горизонте и к его некоторой локализации в окрестности источника. Локализация особенно четко проявляется в случае, когда источник располагается на дне, непосредственно над ним находится пятно наименее соленой воды. Если сравнить все три распределения, то можно видеть, что в случаях, когда источники находятся на берегу, имеет место заметная пространственная неоднородность солености в распресненном слое. Когда же источник находится на дне, пространственные градиенты солености малы, при этом вне упомянутого пятна над источником соленость ниже, чем во втором эксперименте, т. е. в этом случае происходит большее распреснение.



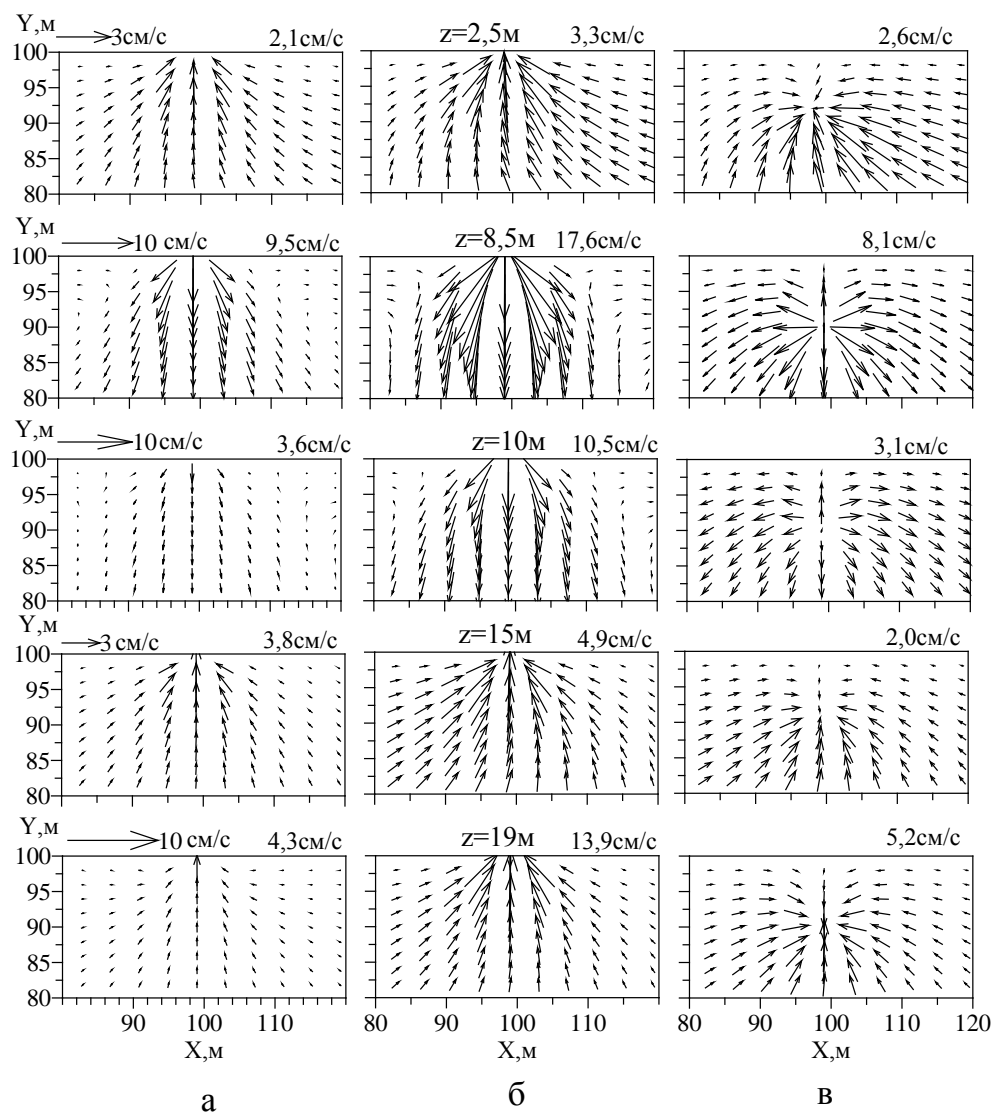
**Р и с. 6.** Распределения солености на глубине 8,5 м, рассчитанные при различных положениях источника пресной воды: на берегу у термоклина – а, у дна – б, на дне – в. Слева приведены поля во всей рассматриваемой области, справа – около источника



**Р и с. 7.** Распределения средней по глубине скорости течения (слева) и скорости течения на глубине 8,5 м (справа) в тех же случаях, что на рис. 6. Приведены изолинии модуля скорости, указаны его максимальные значения, стрелками показано направление течений

Чтобы лучше представить трехмерную структуру горизонтальной циркуляции, рассмотрим поля горизонтальных течений, рассчитанные в трех численных экспериментах (рис. 7, 8). На рис. 7 показаны распределения средней по глубине скорости течения (слева) и скорости течения в промежуточном слое пониженной солености на глубине 8,5 м (справа). Приведены изолинии модуля скорости, указаны его максимальные значения, стрелками (одной величины) показано направление течений. Видна существенная разница в картине течений при различном положении источника пресной воды. Так, интегральная циркуляция наиболее интенсивна в случае, когда источник пресной воды находится на берегу у дна. При удалении источника от берега значительно сужается область, в которой средние по глубине течения являются

достаточно значимыми. Отметим, что интегральная циркуляция (средние по глубине течения) представляет собой систему круговоротов, несмотря на открытость границ, на которых задано вытекание воды.



**Р и с. 8.** Векторы скорости течения на различных горизонтах в окрестности источника пресной воды ( $80 \text{ м} \leq x \leq 120 \text{ м}$ ,  $80 \text{ м} \leq y \leq 100 \text{ м}$ ), рассчитанные в первом – *а*, втором – *б* и третьем – *в* численных экспериментах. Слева сверху показан масштаб скорости для данного горизонта. Над каждым распределением векторов справа указана соответствующая максимальная скорость течения

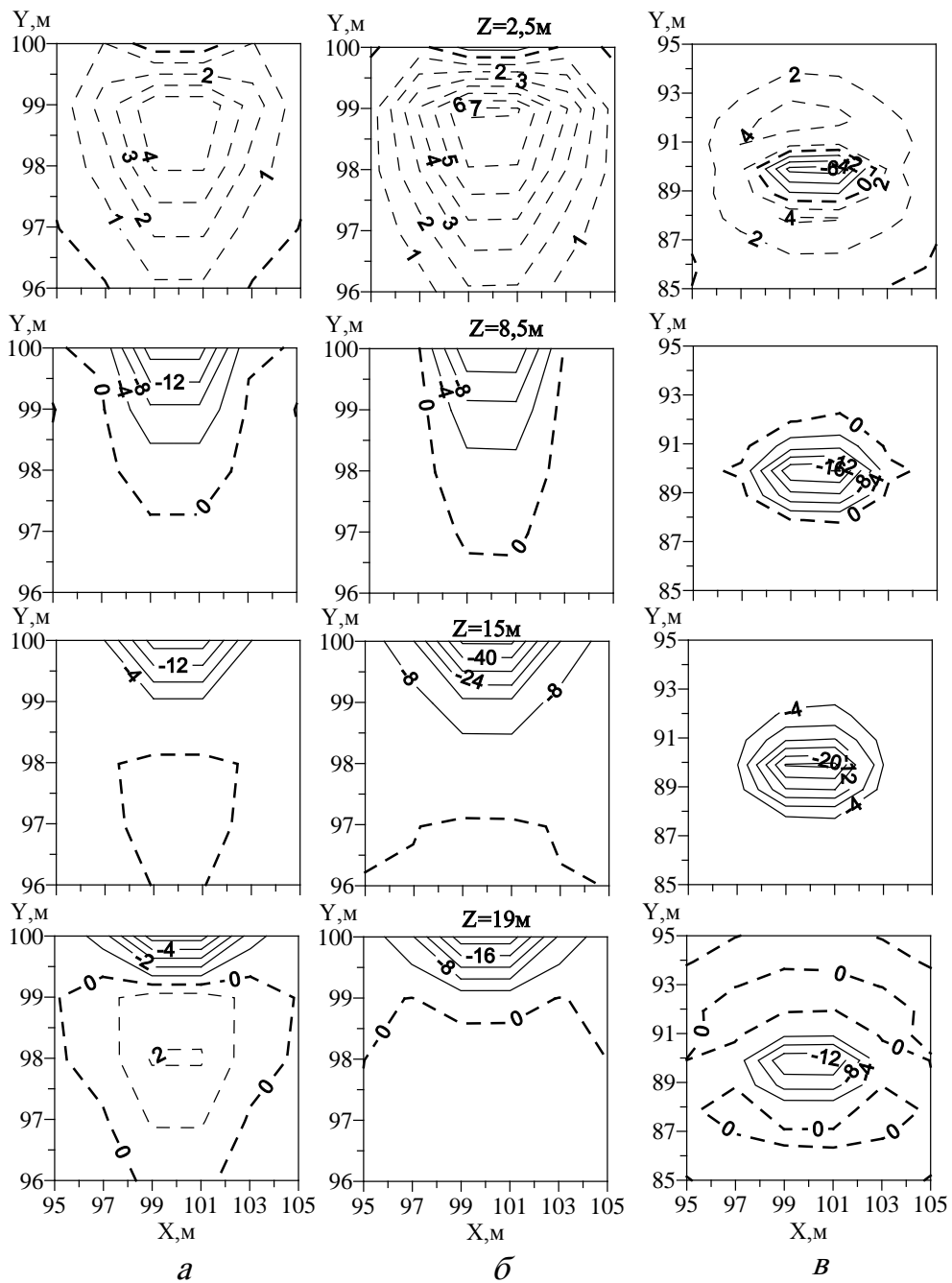
В слое пониженной солености, как это четко видно на глубине 8,5 м, действие источников, расположенных на берегу, приводит к возникновению до-

вольно сильного струйного течения, направленного от берега и по нормали к нему. Интересно, что заглублиение источника приводит к его существенному усилению. При действии источника, находящегося на дне, в указанном слое происходит растекание воды от источника по всем направлениям.

На рис. 8 показаны распределения скорости течения на различных горизонтах во всех рассматриваемых случаях. Также четко виден струйный характер течений в промежуточном слое пониженной солености, когда источник находится на берегу: вода как бы по инерции течет от источника перпендикулярно берегу прямо в море. Когда источник находится на дне, у течения в указанном слое нет преимущественного направления, как это видно на рис. 7 при другом способе визуализации. Выше этого слоя вблизи поверхности моря (на глубине 2,5 м) и ниже (на глубинах 15 и 19 м) течения направлены к источнику. При этом скорости течения получаются более высокими в случаях, когда источник находится глубоко под слоем скачка (второй и третий эксперименты), при приближении к дну они усиливаются.

Дополняют представление о пространственной структуре течений распределения вертикальной скорости  $w$  на различных горизонтах. На рис. 9 эти распределения приведены в окрестностях источников пресной воды, где вертикальные движения наиболее существенны. Сразу отметим, что структура вертикальных движений в случаях, когда источник находится на берегу (рис. 9, а), отличается от ситуации, когда источник находится на дне (рис. 9, б). В первых двух экспериментах ниже термоклина имеет место подъем вод непосредственно у берега, причем намного более интенсивный при более глубоком положении источника. А выше термоклина вблизи поверхности моря в этих экспериментах имеет место опускание вод, также сосредоточенное у берега. В третьем эксперименте зона интенсивного подъема вод, очевидно, располагается над источником, вдали от берега (рис. 9, в). Этот подъем вод непосредственно над источником сохраняется и в поверхностном слое над термоклином, где по периферии происходит опускание вод, что объясняет конфигурацию урвенной поверхности моря в этом случае (рис. 2).

Отметим, что численные эксперименты, как и предыдущие расчеты [2], показали, что негидростатическая часть давления  $q$  оказывается существенной только в непосредственной близости от источника, примерно в 5-метровой окрестности, а при удалении от него  $q$  резко уменьшается.



**Р и с. 9.** Распределения вертикальной скорости течения  $w$  (см/с) на различных горизонтах течения  $w$  (см/с) около источника пресной воды: на берегу у термоклина – *a*, у дна – *б*, на дне – *в*. Штриховые изолинии соответствуют значениям скорости  $w \geq 0$

**Выводы.** На основе разработанной трехмерной негидростатической модели исследован процесс субмаринной разгрузки пресных вод от «точечных» источников в ситуации, когда в прибрежной зоне моря вследствие ветрового нагона образуется резкий слой скачка температуры при однородной по глубине солености. Рассмотрены три варианта расположения источников – на берегу около термоклина, у дна и непосредственно на дне моря.

Показано, что образование наблюдавшегося в сентябре 2011 г. промежуточного слоя пониженной солености вблизи термоклина определяется видом фоновой стратификации и связано с действием источников пресной воды, расположенных глубже скачка температуры, причем их местоположение не играет решающей роли.

Влияние негидростатических факторов, как и процедуры «конвективного приспособления», сказывается только в непосредственной близости от источника пресной воды и не отражается на качественном характере результатов в целом.

Выбор условий «излучения» вместо условий «свободного протекания» для скорости течения на открытых границах повышает устойчивость используемой численной схемы и позволяет проводить расчеты на длительный срок при наличии трех открытых границ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлова Э.Н., Шаниро Н.Б. Моделирование особенностей субмаринной разгрузки пресных вод в районе м. Айя в период нагона // Морской гидрофизический журнал. – 2013. – № 5. – С. 64 – 81.
2. Михайлова Э.Н., Шаниро Н.Б. Трехмерная негидростатическая модель субмаринной разгрузки в период нагона // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2012. – 2, вып. 26. – С. 50 – 78.
3. Экспедиционные исследования МГИ НАНУ «Субмаринная разгрузка пресных вод в районе м. Айя» в сентябре 2011г. // Отчет. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2011. – 46 с.
4. Канарская Ю.В., Мадерич В.С. Численная негидростатическая модель стратифицированных течений со свободной поверхностью // Прикладная гидромеханика. – 2002. – 4, № 3. – С. 12 – 21.
5. Kanarska Y., Maderich V. A non-hydrostatic numerical model for calculating free-surface stratified flows // Ocean Dyn. – 2003. – 53. – P. 176 – 185.
6. Chapmen D.C. Numerical treatment of cross-shelf open boundaries in a barotropic coastal ocean model // J. Phys. Oceanogr. – 1985. – 15. – P. 1060 – 1075.
7. Orlandi I. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows // J. Comput. Phys. – 1976. – 21. – P. 251 – 269.
8. Camerlengo A.L., O'Brien J.J. Open boundary conditions in rotating fluids // Ibid. – 1980. – 35. – P. 12 – 35.

9. *Marchesiello P., Auclair F., Estournel C.* Considerations on open boundary conditions for regional and coastal ocean models // *J. Atmos. Oceanic. Technol.* – 2006. – 23. – P. 1604 – 1613.
10. *Омега Дж., Пул У.* Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь  
E-mail: men\_sh@mail.ru

Материал поступил  
в редакцию 27.05.13

**АНОТАЦІЯ** У рамках модернізованої тривимірної негідростатичної моделі розглядається задача про формування в морі шару зниженої солоності в результаті надходження прісної води з підземних джерел. Моделюється субмаринне розвантаження прісних вод біля м. Айя в період нагону, коли в прибережній зоні моря утворюється різкий шар стрибка температури при однорідній за глибиною солоності. У цей період шар розпрісної води не виходив на поверхню моря, а розташовувався біля стрибка температури. Модернізована версія моделі включає відмову від наближення «твердої кришки» і використання для швидкості течії на відкритих межах області умов випромінювання замість умов «вільного протікання». Останнє підвищує стійкість чисельної схеми і дозволяє проводити розрахунки на тривалий термін. Виявлені особливості формованої термохалінної структури залежно від положення джерел прісної води – на береговій стінці або на дні моря. Показано, що утворення проміжного шару зниженої солоності визначається видом фонові стратифікації та пов'язано з дією джерел прісної води, розташованих глибше за стрибок температури, причому їх місцеположення не виконує вирішальної ролі. Вплив негідростатичних чинників позначається тільки в безпосередній близькості від джерела прісної води і загалом не впливає на якісний характер результатів.

**Ключові слова:** субмаринне розвантаження, негідростатична тривимірна модель, чисельний експеримент, проміжний шар зниженої солоності.

**ABSTRACT** The problem on formation of the reduced salinity layer in the sea resulting from freshwater incoming from subterranean springs is considered within the framework of the modernized three-dimensional non-hydrostatic model. Particularly, modeled is the freshwater submarine discharge during surge near the cape Aiya when the sharp temperature drop layer is formed in the coastal zone at uniform over depth salinity. At that period the layer of low salinity does not rise to the surface and stays near the temperature drop. The modernized model version includes refusal of “rigid lid” approximation and application of radiation conditions instead of the conditions of “free passing” for current velocity on the sea open boundaries. It increases stability of numerical scheme and permits to carry out simulations for long period. The features of the formed thermohaline structure are revealed depending on location of freshwater sources: on the coastal wall or on the sea bottom. It is shown that formation of intermediate layer with reduced salinity is defined by the form of background stratification and connected with action of freshwater sources located deeper than the temperature drop. At that their location is not of decisive importance. Influence of non-hydrostatic factors is manifested only in immediate proximity to the freshwater source and, on the whole, it does not affect qualitative character of the results.

**Keywords:** submarine discharge, non-hydrostatic three-dimensional model, numerical experiment, intermediate layer with reduced salinity.