

## **Генерация поверхностных и внутренних волн в ограниченном бассейне перемещающимся барическим фронтом**

Рассмотрена плоская задача о генерации поверхностных и внутренних волн в ограниченном вращающемся бассейне переменной глубины при прохождении над ним фронта атмосферного давления. Жидкость предполагалась двухслойной. Система нелинейных уравнений длинных волн решалась численно методом конечных разностей для распределения глубины, соответствующего зональному сечению Черноморской котловины. Показано, что при прохождении над бассейном барического фронта генерируются баротропные и бароклинные колебания жидкости. Интенсивность возмущений зависит от скорости переноса и ширины фронта. Существует скорость движения фронта, при которой генерация внутренних волн происходит наиболее эффективно. После выхода фронта за пределы водоема образуется пакет внутренних волн, распространяющийся с отражением от одной боковой границы бассейна к другой.

Сейши представляют собой свободные стоячие волны в замкнутых или полужамкнутых бассейнах [1 – 3]. Они могут вызываться различными внешними воздействиями, в число которых входят [4]: неравномерное распределение атмосферного давления над бассейном и его изменение со временем; действие ветровых напряжений на поверхность бассейна; резкие повышения или понижения уровня жидкости в какой-либо части водоема за счет притока или оттока вод, выпадения дождя или града; сейсмодектонические подвижки дна, если зона деформаций земной коры захватывает участок дна бассейна [5]; внутренние волны, в частности приливные, отражающиеся от кромки шельфа [6].

Сейши вносят заметный вклад в изменчивость гидродинамических полей, действуя продолжительное время, достигающее 80 – 90 % безледоставного периода в таких озерах как Байкал и Балхаш [4]. Сейшевые колебания неизменно сопровождаются течениями, измерение которых позволяет идентифицировать сейши и изучать их свойства, как это сделано, например, в работах [4, 7]. Сейши влияют на перенос вещества и перемешивание в морской среде, на перераспределение химических и биологических веществ. Значительная роль в этом отводится плотностной стратификации. Поэтому теоретическое и экспериментальное изучение сейш в озерах, фиордах, морских и океанских бассейнах с учетом бароклинности среды – важное направление современных океанологических исследований.

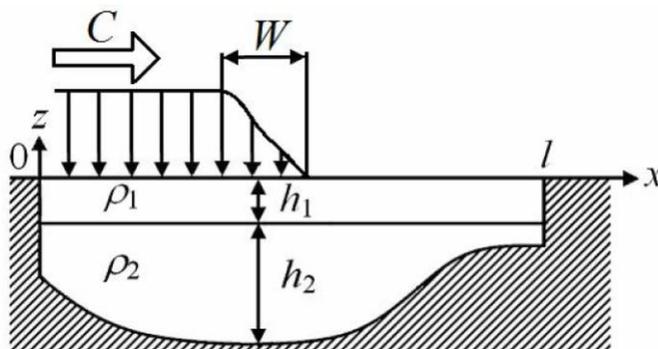
Горизонтальная структура и параметры длинных внутренних волн в замкнутых бассейнах (бароклинных сейш) зависят от геометрии бассейна и плотностной (температурной) стратификации. Хотя первое теоретико-

экспериментальное исследование структуры внутренних сейш и связанных с ними течений в озерах было выполнено около ста лет назад [8], внутренние сейши изучены значительно менее детально, чем баротропные. Во многих теоретических работах анализ бароклинных сейш проводился в рамках двухслойных, иногда трехслойных, моделей морской среды. Обзор исследований внутренних сейш содержится в работе [9].

Генерация низших мод баротропных сейш при перемещении зон атмосферных возмущений над ограниченными и полугораниченными бассейнами подтверждена как данными наблюдений [10 – 14], так и результатами численного моделирования в рамках теории длинных волн [15 – 19]. Возможность возбуждения внутренних сейш при атмосферных воздействиях на вертикально стратифицированную жидкость в ограниченных и полугораниченных бассейнах подтверждают результаты инструментальных измерений колебаний температуры и скорости течения во внутренних слоях бассейна [20 – 22] и колебаний самой поверхности моря [23]. Вклад внутренних сейш в изменчивость полей скорости и температуры в бассейне нередко является доминирующим [22].

Математические модели, ориентированные на анализ генерации внутренних сейш атмосферными воздействиями в бассейнах переменной глубины, разработаны недостаточно. В равной мере это относится и к моделированию процессов генерации бароклинных сейш движущимися барическими фронтами. Ниже исследуется плоская задача о возбуждении поверхностных и внутренних сейш при прохождении фронта атмосферного давления над ограниченным бассейном переменной глубины.

**Математическая модель.** Рассматривается плоская задача о генерации волн в бассейне, занимающем область  $0 \leq x \leq l$ ,  $-H(x) < z < 0$  (рис. 1), где  $x$  – горизонтальная,  $z$  – вертикальная координата, отсчитываемая вверх от невозмущенного положения свободной поверхности жидкости  $z = 0$ ;  $l$  – ширина бассейна;  $H = H(x) > 0$  – переменная глубина бассейна в невозмущенном состоянии. Вторая горизонтальная ось  $y$  направлена перпендикулярно плоскости  $Oxz$ . Бассейн заполнен двухслойной жидкостью. В невозмущенном состоянии толщина верхнего слоя равна  $h_1$  и постоянна, плотность жидкости равна  $\rho_1$ . Толщина нижнего слоя  $h_2(x) = H(x) - h_1$  зависит от горизонтальной координаты  $x$ , плотность  $\rho_2 > \rho_1$ .



Р и с. 1. Схема задачи

Генератором волн является перемещающийся в положительном направлении оси  $x$  с постоянной скоростью  $C$  над поверхностью бассейна фронт атмосферного давления (рис. 1). Распределение атмосферного давления поперек фронта задается в виде

$$p = p_0 + \Delta p \rho_1 g F(\xi), \quad \xi = x - Ct,$$

где  $p_0 > 0$  – среднее атмосферное давление, предполагаемое постоянным;  $\Delta p$  – амплитуда возмущений атмосферного давления (в метрах водяного столба);  $g$  – ускорение свободного падения;  $F(\xi)$  – безразмерная функция, удовлетворяющая следующим условиям на бесконечности:  $F(\xi) \rightarrow 0$  при  $\xi \rightarrow +\infty$ ,  $F(\xi) \rightarrow 1$  при  $\xi \rightarrow -\infty$ . Таким образом, под барическим фронтом понимается область гладкого перехода от среднего значения  $p_0$  к некоторому другому постоянному значению  $p_0 + \Delta p \rho_1 g$  атмосферного давления. Характерная протяженность зоны существенного горизонтального изменения атмосферного давления равна  $W$  и выступает в роли ширины барического фронта.

Гидростатическое смещение свободной поверхности жидкости, вызванное действием атмосферного давления, определяется по формуле, известной в океанологии как приближение обратного барометра [1, 24]:

$$z = -\frac{P - P_0}{\rho_1 g} = -\Delta p F(\xi). \quad (1)$$

В рамках нелинейной теории длинных волн, предполагающей распределение давления в жидкости гидростатическим, движение двухслойной жидкости в бассейне переменной глубины с учетом вращения Земли описывается в вертикальной плоскости  $Oxz$  системой из шести уравнений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - fv_1 = -g \frac{\partial(\zeta_1 + \tilde{\zeta})}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + fu_1 = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\zeta_1 - \zeta_2)}{\partial t} + \frac{\partial[(h_1 + \zeta_1 - \zeta_2)u_1]}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - fv_2 = -g\gamma \frac{\partial(\zeta_1 + \tilde{\zeta})}{\partial x} - g\varepsilon \frac{\partial \zeta_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + fu_2 = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial[(h_2 + \zeta_2)u_2]}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

с начальными условиями

$$u_{1,2} = v_{1,2} = \zeta_{1,2} = 0 \quad (t = 0), \quad (6)$$

означающими, что жидкость в бассейне в начальный момент времени была невозмущена.

Здесь  $u_j(x, t)$ ,  $v_j(x, t)$  ( $j = 1, 2$ ) – проекции на оси  $x$  и  $y$  соответственно осредненной по глубине горизонтальной скорости течения в верхнем ( $j = 1$ ) и нижнем ( $j = 2$ ) слоях;  $\zeta_1(x, t)$ ,  $\zeta_2(x, t)$  – смещения свободной поверхности жидкости и границы раздела слоев от невозмущенных горизонтальных положений соответственно;  $\tilde{\zeta} = \Delta p F(x - Ct)$ ;  $\gamma = \rho_1/\rho_2 < 1$  и  $\varepsilon = 1 - \gamma > 0$  – безразмерные параметры, характеризующие вертикальную плотностную стратификацию;  $f$  – постоянный параметр Кориолиса. Заметим, что в начальный момент времени  $t = 0$  фронтальная зона располагается вне поверхности бассейна.

На боковых границах бассейна  $x = 0$  и  $x = l$ , являющихся вертикальными твердыми стенками, задаются условия

$$u_{1,2}(0, t) = 0, \quad u_{1,2}(l, t) = 0, \quad (7)$$

означающие непротекание жидкости через боковые границы в каждом слое.

#### Численный алгоритм расчета колебаний неоднородной жидкости.

Для численного решения начально-краевой задачи (2) – (7) на отрезке  $0 \leq x \leq l$  при  $t \geq 0$  использована явно-неявная конечно-разностная схема [25]. Скорости  $u_{1,2}$  в момент времени  $t = t_n$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) вычислялись в узлах сетки  $x = x_i$  ( $i = 0, \dots, N$ ) с равномерным шагом  $\delta = l/N$  ( $x_i = i\delta$ ), а  $y$ -проекции скоростей течения в слоях  $v_{1,2}$  и смещения границ  $\zeta_{1,2}$  – в средних точках  $x = x_i - \delta/2$  ( $i = 1, \dots, N$ ) отрезков  $[x_{i-1}, x_i]$ .

Для удобства записи разностного аналога задачи (2) – (7) временно обозначим неизвестные гидродинамические поля следующим образом:  $\zeta = \zeta_1$ ,  $u = u_1$ ,  $v = v_1$  и  $Z = \zeta_2$ ,  $U = u_2$ ,  $V = v_2$ . Введем величины

$$t_n = n\tau, \quad u_0^n = U_0^n = 0, \quad \{u_i^n, U_i^n\} = \{u, U\}(x_i, t_n), \quad u_N^n = U_N^n = 0,$$

$$\{v_i^n, V_i^n, \zeta_i^n, Z_i^n\} = \{v, V, \zeta, Z\}(x_i - \delta/2, t_n) \quad (i = 1, \dots, N),$$

где  $\tau$  – постоянный шаг интегрирования по времени. Толщины слоев в невозмущенном состоянии зададим в узлах расчетной сетки:  $h_{1i} = h_1(x_i)$ ,  $h_{2i} = h_2(x_i)$ .

Разностные аппроксимации уравнений (2) по явной схеме имеют вид

$$u_i^{n+1} = u_i^n - 0,5\beta u_i^n (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) + f\tau v_{i+1/2}^n - g\beta [(\zeta_{i+1}^n - \zeta_i^n) + (\zeta_{i+1}^n - \zeta_i^n)], \quad (8)$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n - 0,5\beta u_{i-1/2}^n (v_{i+1}^n - v_{i-1}^n) - f\tau u_{i-1/2}^n, \quad (9)$$

где  $u_{i-1/2}^n = 0,5(u_{i-1}^n + u_i^n)$ ,  $v_{i+1/2}^n = 0,5(v_i^n + v_{i+1}^n)$ ,  $\beta = \tau/\delta$ ,  $i = 1, \dots, N-1$ .

Разностный аналог уравнения неразрывности (3) для верхнего слоя записывается в неявном виде:

$$\zeta_i^{n+1} = \zeta_i^n + Z_i^{n+1} - Z_i^n - \beta(u_i^{n+1} D_{1i}^n - u_{i-1}^{n+1} D_{1i-1}^n) \quad (i = 1, \dots, N), \quad (10)$$

где  $D_{1i}^n = h_{1i} + 0,5(\zeta_{i+1}^n + \zeta_i^n - Z_{i+1}^n - Z_i^n)$  – динамическая толщина верхнего слоя в узле сетки  $x = x_i$ .

Разностные аппроксимации уравнений (4) по явной схеме имеют вид

$$U_i^{n+1} = U_i^n - 0,5\beta U_i^n (U_{i+1}^n - U_{i-1}^n) + f\tau V_{i+1/2}^n - g\gamma\beta[(\zeta_{i+1}^n - \zeta_i^n) + (\tilde{\zeta}_{i+1}^n - \tilde{\zeta}_i^n)] - g\varepsilon\beta(Z_{i+1}^n - Z_i^n), \quad (11)$$

$$V_i^{n+1} = V_i^n - 0,5\beta U_{i-1/2}^n (V_{i+1}^n - V_{i-1}^n) - f\tau U_{i-1/2}^n, \quad (12)$$

здесь  $U_{i-1/2}^n = 0,5(U_{i-1}^n + U_i^n)$ ,  $V_{i+1/2}^n = 0,5(V_i^n + V_{i+1}^n)$ ,  $i = 1, \dots, N - 1$ .

Уравнение неразрывности (5) для нижнего слоя в разностном виде записывается следующим неявным образом:

$$Z_i^{n+1} = Z_i^n - \beta(U_i^{n+1} D_{2i}^n - U_{i-1}^{n+1} D_{2i-1}^n) \quad (i = 1, \dots, N), \quad (13)$$

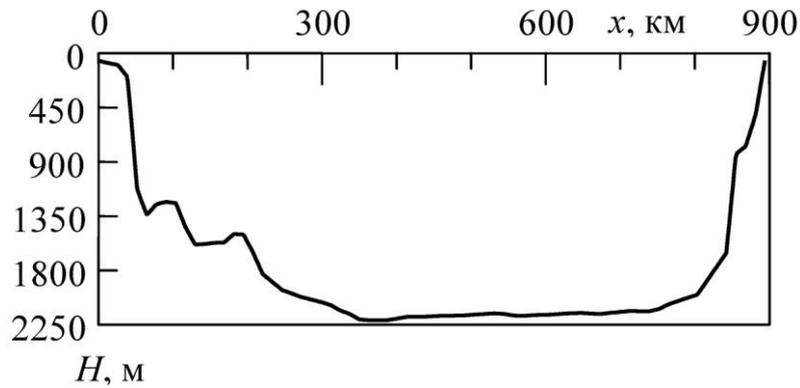
где  $D_{2i}^n = h_{2i} + 0,5(Z_i^n + Z_{i+1}^n)$  – динамическая толщина нижнего слоя при  $x = x_i$ .

В формулах (10) и (13) выполнена квазилинеаризация: использованы значения горизонтальных скоростей на временном шаге  $n + 1$ , а смещения свободной поверхности и границы раздела слоев – на предыдущем шаге по времени. Аналог начальных условий (7) для системы разностных уравнений (8) – (13) записывается в виде

$$u_i^0 = U_i^0 = 0 \quad (i = 0, \dots, N), \quad v_i^0 = V_i^0 = \zeta_i^0 = Z_i^0 = 0 \quad (i = 1, \dots, N). \quad (14)$$

Таким образом, исходная дифференциальная задача (2) – (7) заменена конечно-разностной (8) – (14). Для численного определения гидродинамических полей  $u_{1,2}$ ,  $v_{1,2}$  и  $\zeta_{1,2}$  необходимо, начиная с  $n = 0$ , выполнять при переходе от временного слоя  $n$  к временному слою  $n + 1$  такую последовательность вычислений по переменной  $x$ : (14)  $\Rightarrow$  [(8), (9), (11), (12)]  $\Rightarrow$  (13)  $\Rightarrow$  (10).

**Результаты численного анализа.** Численный анализ процесса генерации поверхностных и внутренних волн движущимся фронтом проводился для распределения глубины бассейна  $H(x)$ , показанного на рис. 2. Рельеф дна соответствует зональному сечению Черного моря 42,66° с.ш. Ширина бассейна  $l = 894$  км. В вычислительных экспериментах задавались толщина верхнего слоя  $h_1 = 50$  м и параметры плотностной стратификации  $\rho_1 = 1012$  кг·м<sup>-3</sup>,  $\rho_2 = 1017$  кг·м<sup>-3</sup>. В этом случае  $\varepsilon \approx 0,0049$ . В численных экспериментах скорость переноса барического фронта изменялась в интервале  $0,5$  м·с<sup>-1</sup> <  $C$  <  $10$  м·с<sup>-1</sup>, ширина фронта – в диапазоне  $50$  км <  $W$  <  $500$  км, а перепад атмосферного давления при пересечении фронта был задан равным  $\Delta p = 0,3$  м.



Р и с. 2. Распределение глубины бассейна, соответствующее зональному сечению Черноморской котловины (42,66° с. ш.)

Функция  $F(\xi)$  в (1), описывающая гладкое распределение атмосферного давления поперек фронта, задавалась по формуле

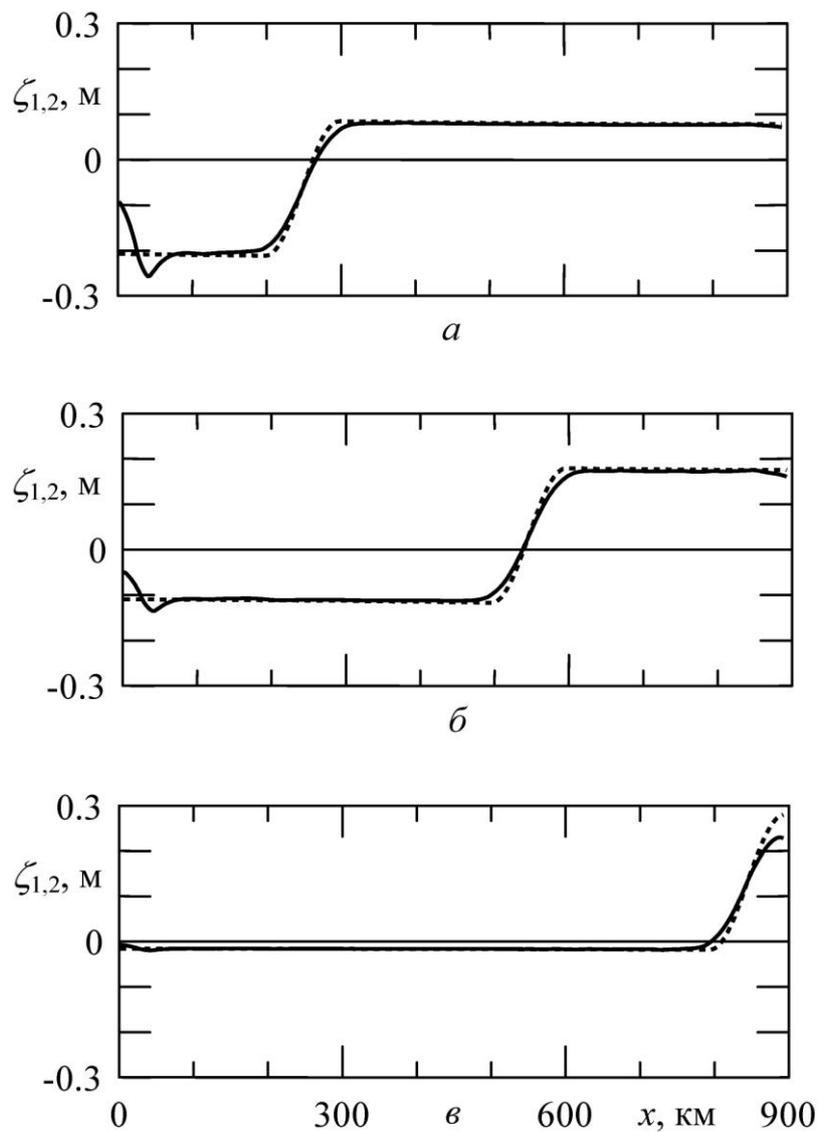
$$F = \sin^2[\pi\xi/(2W)] \quad (-W < \xi < 0), \quad F = 1 \quad (\xi \leq -W), \quad F = 0 \quad (\xi \geq 0). \quad (15)$$

В двухслойной жидкости постоянной глубины могут существовать два качественно различных типа свободных колебаний, описанных, например, в работе [26]. Первый класс колебаний обусловлен смещениями свободной поверхности жидкости, и влияние на него неоднородности среды мало. Горизонтальные скорости в слоях вдоль любой из осей  $x$  или  $y$  направлены в одну сторону и близки по величине. Колебания свободной поверхности и границы раздела слоев синфазны, отношение амплитуд колебаний свободной поверхности и границы раздела слоев  $A_{11}/A_{12} \approx H/h_2$ . Эта мода колебаний является баротропной, скорость распространения соответствующих ей волн  $c_1 \approx \sqrt{gH}$ . Второй тип волн обусловлен неоднородностью жидкости (бароклинная мода). Для него амплитуда колебаний границы раздела слоев значительно больше амплитуды соответствующих колебаний свободной поверхности жидкости, а именно,  $A_{21}/A_{22} \approx \epsilon h_2/H$ . Горизонтальные скорости в слоях направлены противоположно, различны по абсолютной величине, но полные потоки жидкости в слоях близки по абсолютной величине, т. е. в линейном приближении  $u_1 h_1 + u_2 h_2 = 0$  и  $v_1 h_1 + v_2 h_2 = 0$ . Колебания свободной поверхности и границы раздела слоев противофазны. Скорость распространения внутренних волн в двухслойной жидкости  $c_2 \approx \sqrt{g\epsilon h_1 h_2/H}$ .

На рис. 3 показана форма свободной поверхности и границы раздела слоев при различных положениях барического фронта над бассейном. Смещения свободной поверхности и скачка плотности повторяют по форме распределение атмосферного давления, перемещаются вместе с фронтом и практически совпадают. При скорости  $C = 1 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  отклик двухслойной жидкости на внешнее воздействие является баротропным. Смещения свободной поверхности и

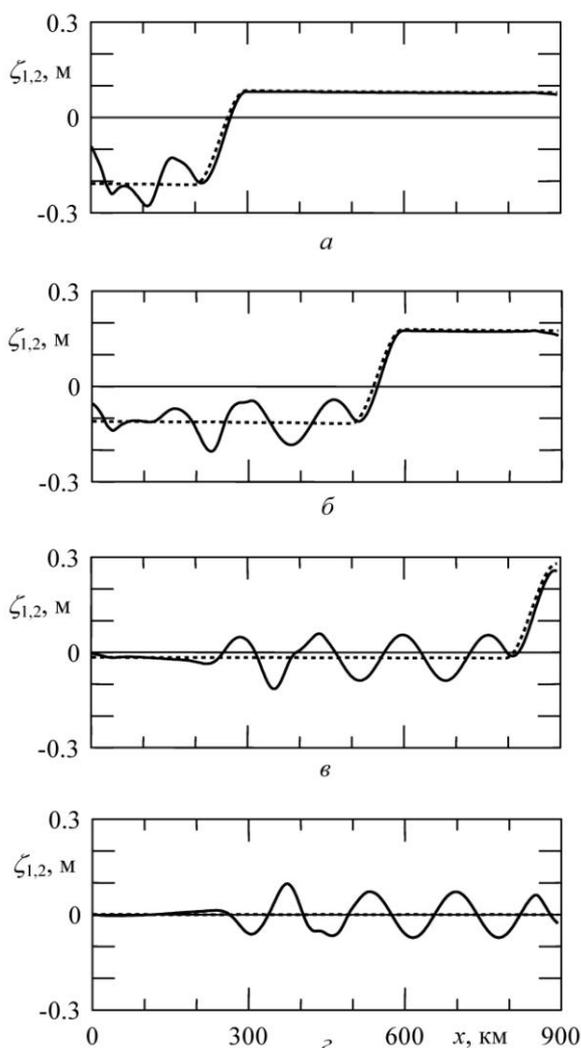
скачка плотности существенно отличаются от гидростатического (1), что связано с ограниченностью бассейна и требованием сохранения массы каждого из слоев:

$$\int_0^l \zeta_1(x,t) dx = 0, \quad \int_0^l \zeta_2(x,t) dx = 0.$$



**Р и с. 3.** Вертикальные смещения поверхности жидкости (штриховая линия) и границы раздела слоев (сплошная линия) при различных положениях  $x_\phi = Ct$  передней границы барического фронта:  $a - x_\phi = l/3$ ;  $б - x_\phi = 2l/3$ ;  $в - x_\phi = l$  (ширина фронта  $W = 100$  км, скорость его движения  $C = 1$  м·с<sup>-1</sup>)

При увеличении скорости переноса атмосферного фронта над поверхностью бассейна динамический отклик двухслойной жидкости в бассейне претерпевает качественные изменения. Такой случай показан на рис. 4.



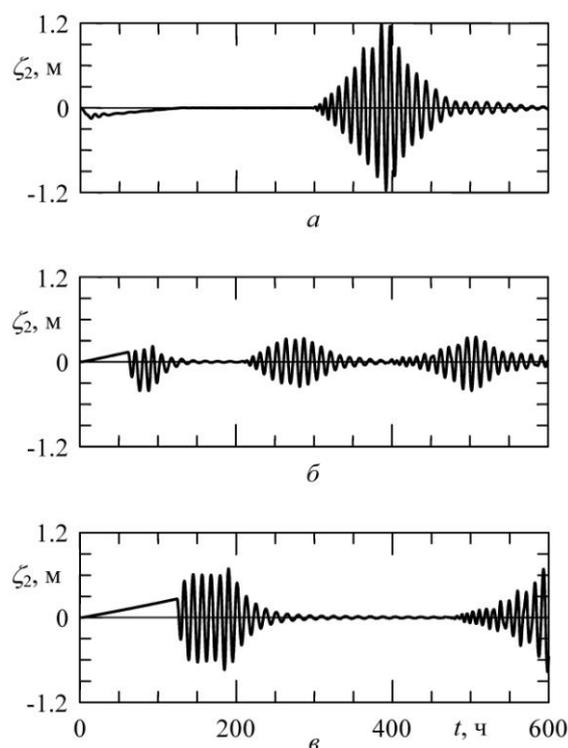
**Р и с. 4.** Вертикальные смещения поверхности жидкости (штриховая линия) и границы раздела слоев (сплошная линия) при различных положениях  $x_{\phi} = Ct$  передней границы барического фронта:  $a - x_{\phi} = l/3$ ;  $б - x_{\phi} = 2l/3$ ;  $в - x_{\phi} = l$ ;  $г - x_{\phi} = l + W$  (ширина фронта  $W = 100$  км, скорость его переноса  $C = 3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ )

Очевидно, что смещения свободной поверхности и скачка плотности формируются из баротропной и бароклинной мод. Смещения свободной поверхности и границы раздела слоев близки по форме благодаря определяющему вкладу баротропной моды. Бароклинность проявляется главным образом в волновых возмущениях скачка плотности. Эти возмущения представляют собой волновой след непосредственно за движущимся фронтом ширины  $W$  изменения атмосферного давления от одного значения к другому

(см. рис. 1). В процессе пересечения фронтом бассейна область, охваченная бароклинными колебаниями, расширяется. После выхода фронта за пределы бассейна (рис. 4,  $z$ ) в нем продолжают оставаться остаточные (бароклинные) колебания жидкости.

Скорость распространения внутренних волн в центральной части бассейна, где его глубина постоянна,  $c_2 = 1,53 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ . Возмущения двухслойной жидкости, показанные на рис. 3 и 4, соответствуют перемещениям атмосферного фронта со скоростями, меньшими (рис. 3) и большими (рис. 4) значения  $c_2$ . Изменение характера бароклинных движений жидкости при увеличении скорости переноса барической аномалии можно объяснить переходом от докритических значений скорости переноса фронта  $C < c_2$  к сверхкритическим значениям  $C > c_2$ , когда в длинноволновом приближении генерируется незатухающий при удалении от генератора волн (зоны ненулевых градиентов атмосферного давления ширины  $W$ , рис. 1) бароклиновый волновой след, соответствующий низшей моде внутренних волн [27].

При выходе барического фронта через правую боковую границу за пределы бассейна происходит отражение системы внутреннего волнового следа от правой границы бассейна. В результате этого образуется пакет внутренних волн, распространяющийся от правой к левой границе бассейна, а после отражения от левой границы – в обратном направлении. Характер бароклинных колебаний жидкости в бассейне иллюстрирует рис. 5.

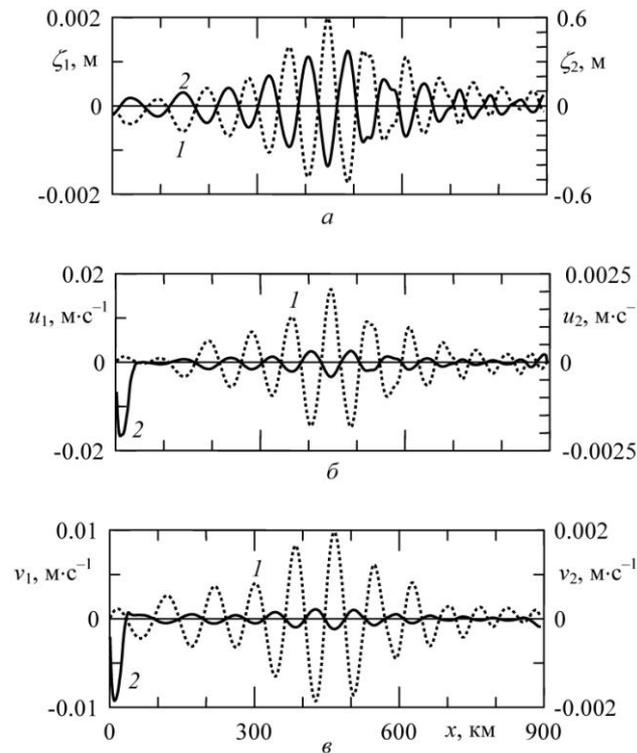


**Р и с. 5.** Колебания границы раздела слоев в различных точках бассейна  $x$  при движении со скоростью  $C = 2 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  барического фронта шириной  $W = 50 \text{ км}$ :  $a - x = 0$ ;  $б - x = l/2$ ;  $в - x = l$

Время пересечения бассейна фронтом оценивается как  $(l + W)/C = 264$  ч. Такие внутренние волны вряд ли можно отнести к традиционным бароклинным сейшам, поскольку они не сопровождаются синхронным движением всей границы раздела слоев в бассейне, а многочисленные узловые линии, характерные для сейш высокого порядка, совершают существенные перемещения в пространстве вместе с волновым пакетом.

Форма развитого пакета внутренних волн, возникающего при отражении волнового следа от правой боковой границы при выходе барического фронта за пределы бассейна, показана на рис. 5, в. После отражения пакет пересекает бассейн и отражается от левой боковой границы, что иллюстрирует рис. 5, а. На временной зависимости смещений скачка плотности в средней точке бассейна (рис. 5, б) можно выделить три интервала усиления бароклинных колебаний жидкости. Хронологически они соответствуют, во-первых, прохождению через точку наблюдения волнового следа за барическим фронтом, во-вторых, прохождению отраженного от правой границы пакета внутренних волн, в-третьих, прохождению пакета внутренних волн после его отражения от левой границы бассейна. Далее процесс повторяется. Все эти события разделены во времени интервалами слабых колебаний скачка плотности.

Рассмотрим горизонтальную структуру гидродинамических полей в волновом пакете, образовавшемся после прохождения над бассейном барического фронта. Типичный случай показан на рис. 6.

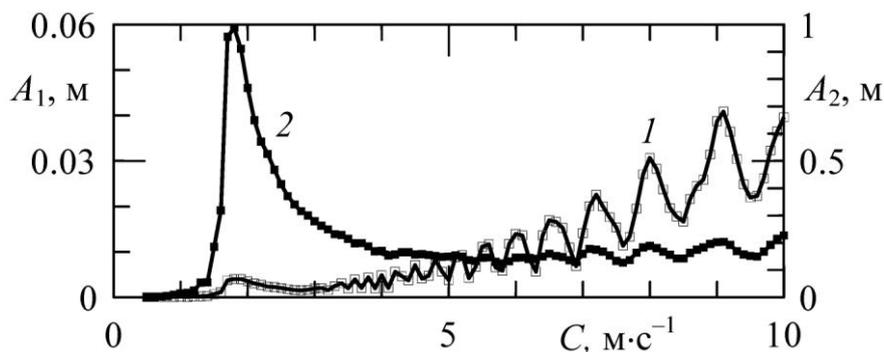


**Р и с. 6.** Горизонтальное распределение смещений границ  $\zeta_{1,2}$  (а), горизонтальных проекций скорости  $u_{1,2}$  (б) и  $v_{1,2}$  (в) в момент времени  $t = 502,1$  ч (кривые 1 соответствуют  $j = 1$ , кривые 2 –  $j = 2$ ; ширина фронта  $W = 50$  км, скорость  $C = 2$  м·с<sup>-1</sup>)

Представленные на рис. 6, *a* распределения смещений границ указывают на то, что в волновом пакете преобладает бароклинная составляющая и его можно классифицировать как пакет внутренних волн. Так, колебания свободной поверхности и скачка плотности происходят в противофазе, направления горизонтальных скоростей течения в слоях на одной вертикали противоположны (рис. 6, *б, в*). Наконец, амплитуда колебаний границы раздела слоев значительно превосходит амплитуду колебаний свободной поверхности жидкости (рис. 6, *a*). Отметим интенсификацию течения в нижнем слое у левой боковой границы бассейна (рис. 6, *б, в*), хотя основное тело пакета находится в средней части бассейна. Такая особенность поля скорости связана с существованием у этой границы ярко выраженной шельфовой зоны (см. рис. 2), где толщина нижнего слоя меньше толщины верхнего.

Для анализа зависимости характеристик поля внутренних волн от параметров внешнего воздействия выполнены расчеты колебаний двухслойной жидкости в бассейне для различных значений скорости переноса и ширины атмосферного фронта. Как отмечалось выше, интенсивность бароклинных колебаний жидкости в бассейне после ухода барического фронта существенно зависит от скорости его переноса. Можно ожидать наиболее эффективной генерации внутренних волн при движении фронта со скоростью  $C$ , близкой к скорости распространения свободных длинных внутренних волн в центральной части бассейна ( $c_2 = 1,53 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ).

Обозначим через  $A_{1,2} = \max_{x,t} |\zeta_{1,2}(x,t)|$  максимальные смещения свободной поверхности и границы раздела слоев на временном интервале от момента выхода фронта за пределы бассейна до момента времени  $t = 600 \text{ ч}$ . Зависимости  $A_{1,2}$  от скорости переноса фронта  $C$  представлены на рис. 7.

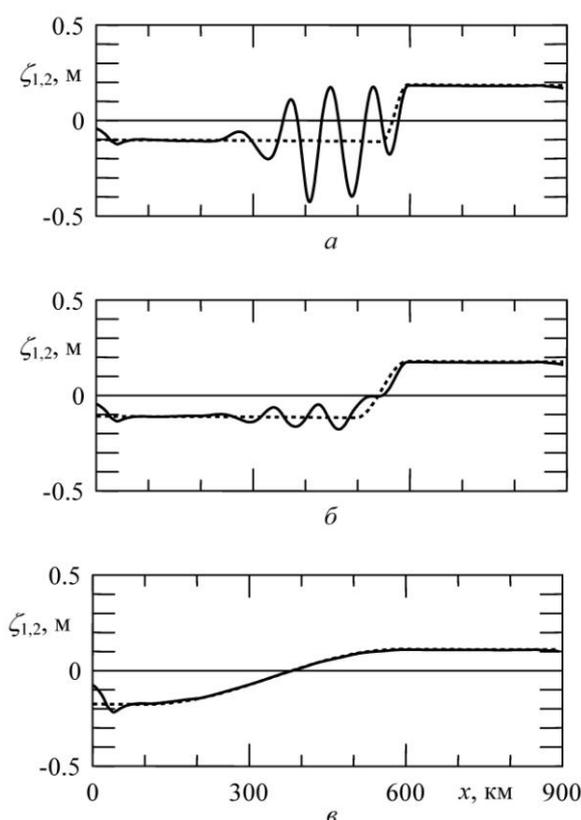


**Р и с. 7.** Зависимость максимальных смещений свободной поверхности  $A_1 = \max_{x,t} |\zeta_1(x,t)|$  (кривая 1) и границы раздела слоев  $A_2 = \max_{x,t} |\zeta_2(x,t)|$  (кривая 2) от скорости  $C$  движения фронта шириной  $W = 50 \text{ км}$  после выхода фронта за пределы бассейна

Вклад баротропного компонента волнового поля ( $A_1$ ) относительно мал и увеличивается (немонотонно) с ростом скорости фронта. Что касается вклада бароклинного компонента в колебаниях скачка плотности ( $A_2$ ), то он наиболее значителен при скорости  $C \approx 1,8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ , которая достаточно близка к ско-

рости распространения длинных внутренних волн в центральной части бассейна. Эффективность генерации внутренних волн при  $C < c_2$  быстро ослабевает с уменьшением скорости переноса фронта.

При фиксированном перепаде  $\Delta p$  атмосферного давления поперек фронта увеличение ширины фронта  $W$  приводит к уменьшению градиента барического поля (по модулю), который в уравнениях (2) и (4) выступает в роли горизонтальной массовой силы. Таким образом, увеличение ширины фронта при постоянном значении  $\Delta p$  должно приводить к уменьшению интенсивности внешнего воздействия, а в результате – к ослаблению эффективности генерации волн в замкнутом бассейне. Этот вывод подтверждает рис. 8.



**Р и с. 8.** Возмущения свободной поверхности (штриховая линия) и границы раздела слоев (сплошная линия) для барического фронта различной ширины: *a* –  $W = 50$  км; *б* –  $W = 100$  км; *в* –  $W = 500$  км (момент времени  $t = 83$  ч, скорость фронта  $C = 2$  м·с<sup>-1</sup>)

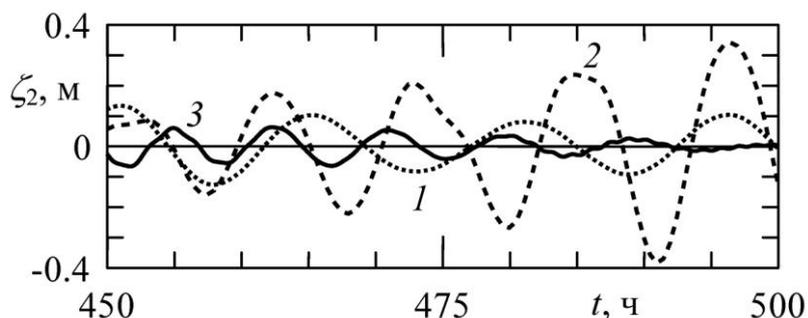
На всех рисунках фронт различной ширины располагается в средней части бассейна. Горизонтальная структура смещений скачка плотности формируется из двух составляющих. Первая из них представляет собой некоторое плавное среднее распределение  $\zeta_2^* \approx \zeta_1 h_2 / H$ , соответствующее баротропной реакции двухслойной жидкости на барическое воздействие. Вторая (отклонение  $\zeta_2$  от  $\zeta_2^*$ ) – внутренние волны, влияние которых на форму свобод-

ной поверхности малó. Внутренние волны наиболее значительны для узкого фронта (рис. 8, *a*). Широкий фронт (рис. 8, *в*) – малоэффективный генератор бароклинных волн в ограниченном бассейне. Для всех трех случаев, представленных на рис. 8, наблюдаются значительные количественные отклонения смещений поверхности жидкости от приближения обратного барометра (1).

В ограниченном бассейне постоянной глубины период бароклинных стоячих колебаний жидкости находится по формуле [26]

$$T_m \approx \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m^2 \pi^2 \varepsilon g h_1 h_2}{l^2 H} + f^2}}, \quad (16)$$

где  $m = 1, 2, \dots$  – номер (число узловых линий границы раздела слоев) бароклинной моды. Как следует из (16), вне зависимости от номера моды колебаний, уменьшение толщины верхнего слоя при  $h_1 < h_2$  и  $H = \text{const}$  и относительного перепада плотности  $\varepsilon$  или увеличение ширины бассейна  $l$  вызывают рост периодов колебаний бароклинных сейш.



**Р и с. 9.** Колебания скачка плотности  $\zeta_2$  в средней точке бассейна  $x = l/2$  при фиксированной плотности верхнего слоя жидкости  $\rho_1 = 1012 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$ , но различных перепадах плотности  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$  между слоями: 1 –  $\Delta\rho = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$ ; 2 –  $\Delta\rho = 5 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$ ; 3 –  $\Delta\rho = 10 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$  (ширина фронта  $W = 50 \text{ км}$ , скорость фронта  $C = 2 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ )

Рис. 9 подтверждает зависимость периода остаточных бароклинных колебаний жидкости в бассейне от интенсивности скачка плотности: период внутренних волн убывает с ростом перепада плотности  $\Delta\rho$  между слоями.

**З а к л ю ч е н и е.** В рамках нелинейной теории длинных волн рассмотрена плоская задача о генерации поверхностных и внутренних волн при перемещении над ограниченным вращающимся бассейном переменной глубины фронта атмосферного давления. Барический фронт моделируется зоной монотонного увеличения/уменьшения атмосферного давления от одного постоянного значения к другому. Задача решалась численно методом конечных разностей по явно-неявной схеме. Расчеты выполнены для бассейна, распре-

деление глубины которого соответствует зональному сечению Черноморской котловины. Глубина верхнего слоя принята постоянной.

Показано, что при прохождении над бассейном барического фронта генерируются поверхностные и внутренние волны. Их параметры существенно зависят как от геометрии бассейна, так и от характеристик внешнего воздействия. При медленном перемещении фронта ( $C \approx 1 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ) смещения свободной поверхности и скачка плотности повторяют по форме распределение атмосферного давления, перемещаются вместе с фронтом и практически совпадают, если толщина верхнего слоя относительно невелика. Подобный отклик двухслойной жидкости на внешнее воздействие является баротропным. Смещения свободной поверхности существенно отличаются от гидростатического, чему в силу сохранения массы жидкости способствует в немалой степени ограниченность бассейна.

Что касается колебаний скачка плотности после выхода фронта за пределы бассейна, то наиболее интенсивные внутренние волны генерируются при скоростях движения фронта, близких к скорости распространения длинных внутренних волн в центральной части бассейна. Баротропный компонент усиливается по мере приближения скорости переноса фронта к резонансной скорости возбуждения поверхностных волн  $C \approx \sqrt{gH}$ , которая значительно превосходит возможные скорости переноса атмосферных возмущений в реальных условиях.

Волновая реакция двухслойной жидкости на движущийся фронт зависит от его ширины. Бароклинные возмущения среды наиболее значительны для узкого фронта, когда градиент атмосферного давления велик. Широкий фронт – малоэффективный генератор бароклинных возмущений жидкости в бассейне. Во многих случаях наблюдаются значительные количественные отклонения смещений поверхности жидкости от приближения обратного барометра.

После выхода фронта за пределы бассейна возникающие внутренние волны представляют собой волновой пакет, распространяющийся от одной боковой границы к другой. Такие внутренние волны вряд ли можно рассматривать как традиционные бароклинные сейши, поскольку они не сопровождаются синхронными движениями всей массы жидкости в бассейне, а многочисленные узловые линии совершают существенные горизонтальные перемещения вместе с волновым пакетом.

Проведенные расчеты создаваемых движущимся фронтом возмущений свободной поверхности жидкости и границы раздела слоев, а также течений в слоях, не выявили существенного влияния нелинейности на бароклинную динамику жидкости в бассейне рассматриваемой геометрии. Слабым нелинейным искажениям подвержены внутренние волны наибольшей амплитуды в центральных частях бароклинных волновых пакетов. Как показано в работе [18], нелинейные эффекты в поверхностных сейшах наиболее ярко выражены на мелководье, в частности при перемещении барических фронтов над экваторией Азовского моря.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Праудмэн Дж.* Динамическая океанография. – М.: Иностранная литература, 1957. – 418 с.
2. *Ламб Г.* Гидродинамика. – М.; Л.: Гостехиздат, 1947. – 928 с.
3. *Miles W.J.* Harbor seiching // *Annual Rev. Fluid. Mech.* – 1974. – 6. – P. 17 – 33.
4. *Судольский А.С.* Динамические явления в водоемах. – Л.: Гидрометеоздат, 1991. – 263 с.
5. *Ichinose G.A., Anderson J.G., Satake K. et al.* The potential hazard from tsunami and seiche waves generated by large earthquakes within Lake Tahoe, California-Nevada // *Geophys. Res. Letters.* – 2000. – 27, № 8. – P. 1203 – 1206.
6. *Chapman D.C., Giese G.S.* A model for the generation of coastal seiches by deep-sea internal waves // *J. Phys. Oceanogr.* – 1990. – 20, № 9. – P. 1459 – 1467.
7. *Abraham E.R.C.* Seiche modes of Wellington Harbour, New Zealand // *New Zealand J. Mar. and Freshwater Res.* – 1997. – 31, № 2. – P. 191 – 200.
8. *Wedderburn E.M.* Temperature observations in Loch Earn, with a further contribution to the hydrodynamical theory of the temperature seiches // *Trans. Roy. Soc. Edinburgh.* – 1912. – 48. – P. 629 – 695.
9. *Mortimer C.H.* Long internal waves in lakes: Review of a century of research // *Univ. Wisconsin-Milwaukee, Center for Great Lakes studies.* – Spec. Rep. – 1993. – № 42. – 177 p.
10. *Gomes D., Monserrat S., Tintore J.* Pressure-forced seiches of large amplitude in inlets of the Balearic Islands // *J. Geophys. Res.* – 1993. – 98, № C8. – P. 14437 – 14445.
11. *Garcies M., Gomes D., Monserrat S.* Pressure-forced seiches of large amplitude in inlets of the Balearic Islands. 2. Observational study // *Ibid.* – 1996. – 101, № C3. – P. 6453 – 6467.
12. *Rabinovich A., Monserrat S.* Generation of meteorological tsunami (large amplitude seiches) near the Balearic and Kuril Islands // *Natural Hazards.* – 1998. – 18. – P. 27 – 55.
13. *de Jong M.P.C., Holthuijzen L.H., Battjes J.A.* Generation of seiches by cold fronts over the southern North Sea // *J. Geophys. Res.* – 2003. – 108, № C4. – P. 14 – 19.
14. *Vilibić I., Domijan N., Orlić M. et al.* Resonant coupling of a traveling air pressure disturbance with the east Adriatic coastal waters // *Ibid.* – 2004. – 109, № C10001, doi:10.1029/2004JC002279.
15. *Коновалов А.В., Черкесов Л.В.* Генерация длинных нелинейных волн в замкнутом бассейне движущимися возмущениями атмосферного давления // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* – 1995. – 31, № 5. – С. 713 – 718.
16. *Еремеев В.Н., Коновалов А.В., Черкесов Л.В.* Моделирование длинных баротропных волн в Черном море, вызываемых движущимися барическими возмущениями // *Океанология.* – 1996. – 36, № 2. – С. 191 – 196.
17. *Еремеев В.Н., Коновалов А.В., Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В.* Моделирование длинных волн в Азовском море, вызываемых прохождением циклонов // *Там же.* – 2000. – 40, № 5. – С. 658 – 665.
18. *Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А.* Генерация сейш при перемещении барических образований // *Морской гидрофизический журнал.* – 2007. – № 6. – С. 3 – 15.
19. *Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А.* Генерация сейш в ограниченных бассейнах перемещающимися барическими фронтами // *Там же.* – 2008. – № 2. – С. 3 – 18.
20. *Horn W., Mortimer C.H., Schwab D.J.* Wind-induced internal seiches in Lake Zurich observed and modeled // *Limnol. Oceanogr.* – 1986. – 31, № 6. – P. 1232 – 1254.
21. *Lemmin U., Mortimer C.H.* Tests of an extension to internal seiches of Defant's procedure for determination of surface seiche characteristics in real lakes // *Ibid.* – 1986. – 31, № 6. – P. 1207 – 1231.

22. *Arneborg L., Liljebladh B.* The internal seiches in Gullmar Fjord. Part I: Dynamics // *J. Phys. Oceanogr.* – 2001. – 31, № 9. – P. 2549 – 2566.
23. *Sirkes Z.* Surface manifestations of internal oscillations in a highly saline lake (the Dead Sea) // *Limnol. Oceanogr.* – 1987. – 32, № 1. – P. 76 – 82.
24. *Ланно С.С.* Среднемасштабные динамические процессы океана, возбуждаемые атмосферой. – М.: Наука, 1979. – 181 с.
25. *Вольцингер Н.Е., Пяковский Р.В.* Основные океанологические задачи теории мелкой воды. – Л.: Гидрометеониздат, 1968. – 300 с.
26. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Т. 1. – М.: Мир, 1981. – 480 с.
27. *Доценко С.Ф.* Генерация длинных внутренних волн в океане движущейся областью давлений // *Морской гидрофизический журнал.* – 1990. – № 3. – С. 3 – 9.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь

Материал поступил  
в редакцию 20.02.08

ABSTRACT Plane problem on generation of surface and internal waves in a bounded rotating basin of variable depth by an atmospheric pressure front moving above the basin is considered. The fluid is assumed two-layer. The nonlinear system of long-wave equations is solved numerically by the method of finite differences for the depth distribution corresponding to the zonal section of the Black Sea basin. It is shown that barotropic and baroclinic fluid oscillations are generated as a result of a baric front translation above the basin. Intensity of fluid disturbances depends on translation velocity and the front width. There is a velocity of front translation at which the internal waves are generated most effectively. After the front leaves the basin a packet of internal waves which propagates reflecting from one lateral boundary to the other is formed.