

ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ И ЧАСТИЦ С КОНДЕНСИРОВАННЫМ ВЕЩЕСТВОМ

PACS numbers: 03.65.Nk, 42.25.Fx, 42.25.Gy, 61.05.cc, 61.05.jd, 78.70.Ck, 87.57.cj

Теория многократного (динамического) рассеяния в некристаллических объектах

С. В. Лизунова, В. Б. Молодкин, Б. В. Шелудченко, В. В. Лизунов

*Інститут металлофизики им. Г. В. Курдюмова НАН України,
бульв. Акад. Вернадського, 36,
03680, ГСП, Київ-142, Україна*

Работа посвящена построению теории многократного (динамического) рассеяния излучений в некристаллических объектах, в частности, медико-биологических, с самосогласованным учётом преломления, поглощения и экстинкции лучей на основе решений уравнений Шредингера или Максвелла в импульсном представлении в рамках теории возмущений с использованием в качестве малого параметра отношения потенциальной энергии взаимодействия излучения с объектом к кинетической энергии рассеиваемых частиц. Эта теория необходима для создания теоретических основ решения обратной задачи рассеяния по интерпретации изображений медицинских объектов рекордно малых (микронных) размеров, наблюдавшихся за счёт использования явления преломления лучей вместо поглощения.

Роботу присвячено побудові теорії багаторазового (динамічного) розсіяння випромінення у некристалічних об'єктах, зокрема, медико-біологічних, із самоузгодженим врахуванням заломлення, поглинання і екстинкції променів на основі розв'язань Шредінгерової або Максвеллових рівнянь в імпульсному представленні в рамках теорії збурень з використанням як малий параметр відношення потенціальної енергії взаємодії випромінення з об'єктом до кінетичної енергії розсіюваних частинок. Ця теорія потрібна для створення теоретичних основ розв'язання оберненої задачі розсіяння з інтерпретації зображень медичних об'єктів рекордно малих (мікронних) розмірів, які спостерігаються завдяки використанню явища заломлення променів замість поглинання.

The paper is concerned with the development of theory of multiple (dynamical) scattering of radiations in non-crystalline objects, in particular, biomedical ones, with a self-consistent taking into account of refraction, absorption, and extinction of rays, based on the solutions of Schrödinger or Maxwell

equations in the momentum representation within the scope of the perturbation theory, using the ratio of the potential energy of interaction of radiation with object to the kinetic energy of scattered particles as a small parameter. This theory is necessary to create theoretical foundations for solving the inverse scattering problem for the interpretation of the small (micron) size medical-objects' images observed, using the phenomenon of refraction rather than absorption of rays.

Ключевые слова: преломление рентгеновских лучей, динамическая теория, теория возмущений, некристаллические объекты.

(Получено 25 октября 2013 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Как стало известно [1–15], существует возможность, обусловленная эффектами многократного (динамического) рассеяния, наблюдения и резкого повышения чувствительности и контрастности изображений медицинских объектов за счет использования явления преломления рентгеновских лучей (РЛ), а не их поглощения. При этом определяющим оказывается тот факт, что коэффициент преломления РЛ на три порядка величины превышает коэффициент их поглощения. Это позволяет предел чувствительности к некристаллическим слабопоглощающим медико-биологическим объектам довести от их размеров ≥ 5 мм, которые обеспечивают необходимый контраст интенсивности изображений, при диагностике на основе использования поглощения до размеров ≥ 5 мкм при использовании преломления. Однако предельно малые углы преломления лучей (десятые доли угловых секунд) затрудняют возможность формирования и обнаружения их вклада в изображения. По этой причине неоднородное пространственно-угловое распределение рентгеновского излучения за объектом, сформированное процессами многократного рассеяния, которые самосогласуют поглощение, преломление и экстинкцию слаборасходящегося монохроматического пучка в объекте, исследуется хорошо известными методиками высокоразрешающей (также благодаря использованию эффектов многократности рассеяния) рентгеновской динамической дифрактометрии с помощью кристалла-анализатора (КА). При этом монохроматическое излучение, падающее на объект, должно иметь достаточно малую угловую расходимость, что обеспечивается за счет также динамического отражения от кристалла-монохроматора, так как только динамически рассеивающие монокристаллы могут иметь полуширины кривых отражения порядка десятых долей угловых секунд, необходимые для выделения вклада преломленного на такие углы луча.

С целью обеспечения возможности адекватного решения обрат-

ной задачи по расшифровке на основе полученного за счет преломления изображения объекта его параметров, на основе проведения обязательно необходимого строго динамического рассмотрения на всех этапах рассеяния как в медико-биологических объектах, так и в кристаллах дифрактометра, в настоящей работе построена теория многократного (динамического) рассеяния излучений в некристаллических объектах.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ В НЕКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ И ИХ РЕШЕНИЕ В РАМКАХ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Потенциал V некристаллического, например, медицинского объекта, который, поскольку в работе рассматривается поглощение, является комплексным, запишем в виде:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}', \alpha} C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} V^{\alpha}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

$$V(\mathbf{r}) = \bar{V}(\mathbf{r}) + (V(\mathbf{r}) - \bar{V}(\mathbf{r})), \quad \bar{V}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}', \alpha} C_0^{\alpha} V^{\alpha}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = V_0, \quad (1)$$

где \mathbf{r}' — радиус-вектор, проведенный из начала координат в центр одного из атомов сорта α , $C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} = 1$, если в точке \mathbf{r}' находится центр атома сорта α , и $C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} = 0$, если в точке \mathbf{r}' находится центр атома сорта $\alpha' \neq \alpha$ или в эту точку не попадает никакой из центров атомов, V^{α} — потенциал взаимодействия излучения с атомами сорта α , центры которых находятся в точках \mathbf{r}' (зависимость V^{α} от структуры и состава окружения не учитывается).

Фурье-разложение величины $C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} - C_0^{\alpha}$, где C_0^{α} — средняя концентрация атомов сорта α , имеет вид:

$$C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} - C_0^{\alpha} = \sum_{\mathbf{k}} C_{\mathbf{k}}^{\alpha} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'},$$

где \mathbf{k} удовлетворяет условиям цикличности, а $C_{\mathbf{k}}^{\alpha} = N^{-1} \sum_{\mathbf{r}'=1}^N (C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} - C_0^{\alpha}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'}$.

Пусть

$$V(\mathbf{r}) = V^r(\mathbf{r}) + iV^i(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где $V^r(\mathbf{r})$ — вещественная, а $V^i(\mathbf{r})$ — мнимая части потенциала $V(\mathbf{r})$. Запишем потенциал в виде

$$V^f(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}}^f e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (3)$$

где $\mathbf{k}/2\pi$ пробегает все значения, удовлетворяющие условиям цикличности. Выражение (3) может описывать разложение в ряд Фурье или отдельно вещественной части $V^r(\mathbf{r})$ потенциала, тогда индекс f заменяется на r , или мнимой части, тогда $f = i$, или всего потенциала $V(\mathbf{r})$, тогда индекс отсутствует. Из (3) ясно, что

$$V_{\mathbf{k}} = V_{\mathbf{k}}^r + iV_{\mathbf{k}}^i, \quad (4)$$

где $V_{\mathbf{k}}$ — \mathbf{k} -ая компонента Фурье от $V(\mathbf{r})$, а $V_{\mathbf{k}}^r$ и $V_{\mathbf{k}}^i$ — аналогичные компоненты соответственно от $V^r(\mathbf{r})$ и $V^i(\mathbf{r})$. При этом для каждой из указанных компонент справедливо

$$\begin{aligned} V_{\mathbf{k}}^f &= \sum_{\mathbf{r}', \alpha} C_{\mathbf{r}', \alpha}^{\alpha} V_{\mathbf{k}}^{f\alpha} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} = \sum_{\mathbf{r}', \alpha} [C_0^{\alpha} + (C_{\mathbf{r}'}^{\alpha} - C_0^{\alpha})] V_{\mathbf{k}}^{f\alpha} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} = \\ &= V_0^f + \sum_{\mathbf{r}', \alpha} \sum_{\mathbf{k}'} C_{\mathbf{k}' \mathbf{k}}^{\alpha} V_{\mathbf{k}}^{f\alpha} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}'} = V_0^f + C_{\mathbf{k}}^{\alpha} V_{\mathbf{k}}^{f\alpha} \end{aligned} \quad (5)$$

$$V_{\mathbf{k}}^{f\alpha} = \frac{1}{v} \int_v V^{f\alpha}(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} d\mathbf{r}', \quad (6)$$

где v — объем объекта.

Решение Ψ уравнения Шредингера для данной задачи следует искать в виде

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{K}_0 + \mathbf{k})\mathbf{r}}, \quad (7)$$

где \mathbf{K}_0 — волновой вектор проходящей в объекте волны, $\Psi_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}}$ — амплитуды волн с волновыми векторами $\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}$.

Если уравнение Шредингера записать в виде

$$\Delta\Psi + (K^2 - V)\Psi = 0, \quad (8)$$

где $K^2 = 2mE/\hbar^2$, E — энергия падающих частиц (например, электронов), m — их масса, \hbar — постоянная Планка, деленная на 2π , V — умноженная на $2m/\hbar^2$ потенциальная энергия взаимодействия частиц с объектом медицинского исследования (1), то, подставляя в него выражения (3), (5) и (7), можно, умножив уравнение (8) на $e^{i(\mathbf{K}_0 + \mathbf{k})\mathbf{r}}$, проинтегрировав его по всему объему и используя при этом ортонормировку плоских волн $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$, получить систему основных уравнений динамической теории:

$$[K^2 - (\mathbf{K}_0 + \mathbf{k})^2]\Psi_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'} \Psi_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k} - \mathbf{k}'}, \quad (9)$$

где \mathbf{k} пробегают все возможные значения.

При $\mathbf{k} = 0$ уравнение (9) определяет амплитуду проходящей ($\Psi_{\mathbf{K}_0}$) волны через амплитуды всех остальных волн. В общем случае урав-

нения (9) выражают амплитуду каждой из волн через амплитуды всех остальных волн. Так, систему (9) удобно представить в виде

$$[\mathbf{K}^2 - \mathbf{K}_0^2] \Psi_{\mathbf{K}_0} = \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{K}_0 - \mathbf{k}}, \quad (10)$$

$$\Psi_{\mathbf{K}_0 - \mathbf{k}} = \frac{\sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'} \Psi_{\mathbf{K}_0 - \mathbf{k} - \mathbf{k}'}}{[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0 - \mathbf{k})^2]}. \quad (11)$$

Полученная бесконечная система основных уравнений (9) (или (10) и (11)), может быть решена приближенно в рамках теории возмущений для непрерывного спектра, если использовать в качестве малого параметра отношение потенциальной энергии взаимодействия излучения с объектом к кинетической энергии налетающих частиц, т.е. параметр динамической теории рассеяния.

В нулевом приближении теории возмущений (ТВ) из (10), (11) получим: $[\mathbf{K}^2 - \mathbf{K}_0^2] \Psi_{\mathbf{K}_0}^0 = 0$. Равенство нулю выражения в квадратных скобках определяет закон дисперсии для проходящей волны в нулевом приближении, т.е. $\mathbf{K}_0^0 = \mathbf{K}^2$ и с учетом граничных условий $\Psi^0(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}_0}^0 e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}$, где $\Psi_{\mathbf{K}_0}^0$ равно амплитуде падающей плоской волны $\tilde{\Psi}$.

В первом приближении ТВ, но в нулевом для амплитуд из (10), (11) получим: $[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0')^2] \Psi_{\mathbf{K}_0'}^0 = V_0 \Psi_{\mathbf{K}'}^0$, т.е. $(\mathbf{K}_0')^2 = \mathbf{K}^2 - V_0 = \mathbf{k}^2$ (закон дисперсии для преломленной волны).

С учетом граничных условий $(\mathbf{K}'_{0z})^2 = K_z^2 - V_0$, $K'_{0z} = K_z + \Delta K'_{0z}$, $2K_z \Delta K'_{0z} = -V_0$, $\Delta K'_{0z} = -V_0/2K_z$, т.е. $\mathbf{K}'_0 = \mathbf{K} - (V_0/2K_z)\mathbf{e}_z = \mathbf{K}_{\Pi}$, где \mathbf{K}_{Π} — волновой вектор преломленной волны. Тогда $\Psi'(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}_{\Pi}}^0 \times \exp(-i(\mathbf{K}\mathbf{r} - V_0 z/2K_z)) \exp(-V_0 z/2K_z)$. Таким образом, первое приближение учитывает преломление и поглощение. Это есть дисперсионный механизм формирования картины динамического рассеяния, который не учитывается при кинематическом рассмотрении.

При этом $\Psi(\mathbf{r}) = \Psi^0(\mathbf{r}) + \Psi'(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}_0}^0 e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}} + \Psi_{\mathbf{K}_{\Pi}}^0 e^{-i\mathbf{K}_{\Pi}\mathbf{r}}$, где $\Psi_{\mathbf{K}_0}^0$ и $\Psi_{\mathbf{K}_{\Pi}}^0$ необходимо искать из граничных условий, которые в первом приближении ТВ (в нулевом для амплитуд) дадут $\Psi_{\mathbf{K}_{\Pi}}^0 = 0$.

Кроме того, при $V(\mathbf{r}) = V_0$, как и в общем случае $V(\mathbf{r}) \neq \text{const}$, в первом приближении ТВ появляются также дополнительные слагаемые (первое приближение для амплитуд) $\Psi'_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{K}_0 + \mathbf{k})\mathbf{r}}$, где $\Psi'_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}}$ (см. (11), при $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}$, $\mathbf{K}_0 = \mathbf{K}_0^0$) имеет вид:

$$\Psi'_{\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}} = V_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{K}_0}^0 / [\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0^0 + \mathbf{k})^2]. \quad (12)$$

При $V(\mathbf{r}) = V_0$ граничные условия дадут: $\Psi_{\mathbf{K}_{\Pi}}^0 = 0$, $\Psi_{\mathbf{K}_0}^0 + \Psi'_{\mathbf{K}_0} = \tilde{\Psi}$.

При этом $\Psi'_{\mathbf{K}_0} = V_0 \Psi_{\mathbf{K}_0}^0 / [\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0^0)^2]$ (см. (12)). Тогда $\Psi_{\mathbf{K}_0}^0 = \tilde{\Psi} \times [\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0^0)^2] / (\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0^0)^2 + V_0)$ и $\Psi'_{\mathbf{K}_0} = \tilde{\Psi} V_0 / (\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0^0)^2 + V_0)$.

Так как теперь интенсивность определяется квадратом также и волновых функций (12), то их учет требует в свою очередь учета дисперсионных слагаемых второго порядка и в уравнениях для амплитуд нулевого приближения (10).

Для учета влияния слабых волн на сильные лучи с точностью до квадратичных по V членов следует в уравнение (10) подставить выражение для $\Psi_{\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}}$, используя вместо (11):

$$\Psi'_{\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}} = V_{-\mathbf{k}} \frac{\Psi^0_{\mathbf{k}_0}}{[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K} - \mathbf{k})^2]}. \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) представляют собой первое приближение для амплитуд слабых волн. Оно учитывает влияние сильной волны на заданную $\Psi_{\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}}$ волну. Чтобы учесть с точностью до квадратичных по V членов влияние на заданную волну всех остальных (кроме сильной) волн, необходимо в правую часть (11) подставить (13). Если теперь полученное таким образом выражение для $\Psi_{\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}}$ подставить в уравнение (10), то получим кубические по V поправки к коэффициентам в уравнении для сильной волны, обусловленные слабыми волнами. Продлевая указанную итерационную процедуру, можно рассмотреть влияние слабых волн на сильную с точностью до членов любого порядка по V . Тогда после первой итерации, если в (10) подставить (13), для сильных волн во втором приближении ТВ (в нулевом для амплитуд, т.е. вклад обеспечивает только динамический дисперсионный механизм) получим:

$$[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}'_0)^2 - \Delta V^0_{\mathbf{k}_0}] \Psi^0_{\mathbf{k}_0} = 0, \quad (14)$$

$$[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}'_\Pi)^2 - V_0 - \Delta V^0_{\mathbf{k}_0}] \Psi^0_{\mathbf{k}'_\Pi} = 0, \quad (15)$$

где

$$\Delta V^0_{\mathbf{k}_0} = \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}} V_{-\mathbf{k}} / [\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K} - \mathbf{k})^2], \quad (16)$$

или

$$\Delta V^0_{\mathbf{k}_0} = \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}} V_{-\mathbf{k}} / [\mathbf{k}^2 - (\mathbf{K} - \mathbf{k})^2]. \quad (17)$$

При $V(\mathbf{r}) = V_0$ (16) переходит в

$$\Delta V^0_{\mathbf{k}_0} = V_0^2 / [\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}'_0)^2], \quad (18)$$

а (17) переходит в

$$\Delta V^0_{\mathbf{k}_0} = \frac{-V_0^2}{V_0^r + iV_0^i} = \frac{-V_0^2 (V_0^r - iV_0^i)}{(V_0^r)^2 + (V_0^i)^2} = -V_0^r + iV_0^i \quad (19)$$

с превышением точности за счет перехода от ТВ по Рэлею–Шредингеру к ТВ по Бриллюэну–Вигнеру [16].

Амплитуды волн находятся из граничных условий на верхней границе ($z = 0$) раздела между вакуумом и объектом. Точка пересечения луча с этой границей принимается в качестве начала отсчета по оси z , которая направлена вертикально вниз. Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}(\mathbf{r})|_{z=0} &= \Psi(\mathbf{r})|_{z=0}, \\ \frac{d\tilde{\Psi}(\mathbf{r})}{dz}|_{z=0} &= \frac{d\Psi(\mathbf{r})}{dz}|_{z=0},\end{aligned}\quad (20)$$

где $\tilde{\Psi}(\mathbf{r})$ и $\Psi(\mathbf{r})$ — волновые функции, соответственно, в вакууме и в объекте.

В случае $V(\mathbf{r}) = \text{const} = V_0$ уравнения для проходящей и преломленной волн с учетом их экстинкции и поглощения могут быть представлены в виде:

$$\left\{ \mathbf{K}^2 - \left[\mathbf{K} + (V_0^r - iV_0^i) \frac{\mathbf{e}_z}{2K_z} \right]^2 \right\} \Psi_{\mathbf{K}'_0} = 0, \quad (21)$$

$$\left\{ \mathbf{K}^2 - \left[\mathbf{K} - iV_0^i \frac{\mathbf{e}_z}{K_z} \right]^2 \right\} \Psi_{\mathbf{K}'_\Pi} = 0. \quad (22)$$

Граничные условия для амплитуд дадут

$$\tilde{\Psi}_{\mathbf{K}} = \Psi_{\mathbf{K}'_0} + \Psi_{\mathbf{K}'_\Pi}, \quad (23)$$

$$-iK_z \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}} = -i \left[K_z - (V_0^i + iV_0^r) \frac{i}{2K_z} \right] \Psi_{\mathbf{K}'_0} - i \left[K_z - \frac{2iV_0^i}{2K_z} \right] \Psi_{\mathbf{K}'_\Pi}, \quad (24)$$

$$\Psi_{\mathbf{K}'_\Pi} = \left(1 - 2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}}, \quad (25)$$

$$\Psi_{\mathbf{K}'_0} = 2i \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}} V_0^i / V_0^r. \quad (26)$$

Из граничных условий на нижней границе ($z = l \cos \theta$) получим:

$$\begin{aligned}&\left\{ \left(2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}} e^{-i[\mathbf{K} + (V_0^r - iV_0^i) \frac{\mathbf{e}_z}{2K_z}] \mathbf{r}} + \left(1 - 2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}} e^{-i[\mathbf{K} - iV_0^i \frac{\mathbf{e}_z}{K_z}] \mathbf{r}} \right\} \\ &= \Psi_{\text{выход}} e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}|_{z=l \cos \theta}.\end{aligned}\quad (27)$$

Тогда

$$\Psi_{\substack{\text{выход} \\ z=l_1 \cos \vartheta}}^{(x,y)} = \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}}^{(x,y)} \left[\left(2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) e^{-i(V_0^r - iV_0^i) \frac{l_1 \cos \vartheta}{2K_z}} + \left(1 - 2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) e^{-\frac{V_0^i l_1 \cos \vartheta}{K_z}} \right], \quad (28)$$

$$\Psi_{\substack{\text{выход} \\ z=l_1 \cos \vartheta}}^{(r)} = \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}}^{(x,y)} e^{-\frac{V_0^i l_1 \cos \vartheta}{2K_z}} \left[\left(-2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) e^{-iV_0^r \frac{l_1 \cos \vartheta}{2K_z}} + \left(1 - 2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) e^{-\frac{V_0^i l_1 \cos \vartheta}{2K_z}} \right] e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}. \quad (29)$$

Границные условия для нормальных производных дают

$$\begin{aligned} \Psi_{\substack{\text{выход} \\ z=l_1 \cos \vartheta}}^{(x,y)} &= \tilde{\Psi}_{\mathbf{K}}^{(x,y)} \left[\left(1 + \frac{V_0^r - iV_0^i}{2K_z^2} \right) 2i \frac{V_0^i}{V_0^r} e^{-i(V_0^r - iV_0^i) \frac{l_1 \cos \vartheta}{2K_z}} + \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - \frac{iV_0^i}{K_z^2} \right) \left(1 - 2i \frac{V_0^i}{V_0^r} \right) e^{-\frac{V_0^i l_1 \cos \vartheta}{K_z}} \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Как видно, с точностью до малых поправок более высокого порядка граничные условия для нормальных производных дают тот же результат, что и граничные условия для амплитуд.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе с целью создания теоретических основ для интерпретации изображений, чувствительных к некристаллическим (медицинским) объектам вплоть до микронных размеров за счет использования явления преломления лучей, построена теория многократного (динамического) рассеяния излучений в таких некристаллических объектах. Получены формулы, адекватно устанавливающие связь искомых при диагностике характеристик медицинского объекта с наблюдаемыми параметрами изображения (картины рассеяния).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. З. Г. Пинскер, *Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах* (Москва: Наука: 1974).
2. E. Forster, K. Goets, and P. Zaumseil, *Kristall und Technik*, **15**, No. 8: 937 (1980).
3. В. А. Соменков, А. К. Ткалич, С. Шильштейн, *ЖТФ*, **61**, № 11: 197 (1991).
4. V. N. Ingal and E. A. Beliatvskaya, *J. Phys. D*, **28**, No. 10: 2314 (1995).
5. В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, *ЖТФ*, **66**, № 3: 344 (1996).
6. T. J. Davis, D. Gao, T. E. Gureyev, A. W. Stevenson, and S. W. Wilkins, *Na-*

- ture, **373**: 595 (1995).
- 7. D. Gao, T. J. Davis, and S. W. Wilkins, *Aust. J. Phys.*, **48**, No. 1: 103 (1995).
 - 8. T. J. Davis, T. E. Gureyev, D. Gao, A. W. Stevenson, and S. W. Wilkins, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, No. 16: 3173 (1995).
 - 9. A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, and I. Schelokov, *Rev. Sci. Instrum.*, **66**, No. 12: 5486 (1995).
 - 10. B. A. Бушуев, В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, *Кристаллография*, № 5: 808 (1996).
 - 11. К. М. Подурец, В. А. Соменков, С. Ш. Шильштейн, *ЖТФ*, **59**, № 6: 115 (1989).
 - 12. В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, *ЖТФ*, **63**, вып. 6: 137 (1993).
 - 13. З. Г. Пинскер, *Рентгеновская кристаллооптика* (Москва: Наука: 1982).
 - 14. В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, В. А. Бушуев, *Способ фазовой рентгенографии объектов и устройство для его осуществления (варианты)*: Патент Российской Федерации № 2115943, G03B42/02, G01N23/04 (Опубликован 20 июля 1998).
 - 15. M. Ando, H. Sugiyama, A. Maksimenko, W. Pattanasiriwisawa, K. Hyodo, and Zh. Xiaowei, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**, No. 8A: 844 (2001).
 - 16. К. Кумар, *Теория возмущений и проблема многих тел для атомного ядра* (Москва: Мир: 1964).