УДК 681.518.5

В.В. Сапожников, Вл.В. Сапожников, доктора техн. наук,
Д.В. Ефанов, канд. техн. наук
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Петербургский государственный
университет путей сообщения»,
(Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9,
тел. (+7) 9117092164, (+7) (812) 4578579, e-mail: TrES-4b@yandex.ru)

Взвешенные коды с суммированием для организации контроля логических устройств

Приведены результаты исследований кодов с суммированием взвешенных информационных разрядов при сохранении числа контрольных разрядов таким же, как у классических кодов Бергера. Определены классы кодов, которые обладают основными свойствами кодов Бергера и имеют наименьшее среди известных кодов число необнаруживаемых ошибок в информационных разрядах.

Наведено результати досліджень кодів з підсумовуванням зважених інформаційних розрядів при зберіганні числа контрольних розрядів таким, як у класичних кодів Бергера. Визначено класи кодів з основними властивостями кодів Бергера, які мають найменше серед відомих кодів число похибок, що не визначаються, в інформаційних розрядах.

К л ю ч е в ы е с л о в а: функциональный контроль, необнаруживаемая ошибка, вес информационного разряда, код Бергера, взвешенный код с суммированием, тестер, генератор.

Коды с суммированием представляют собой разделимые коды, в которых контрольные разряды вычисляются по значениям информационных разрядов согласно заранее установленным правилам [1] и эффективно применяются при передаче и обработке данных, а также при проектировании систем технического диагностирования устройств автоматики [2, 3].

Коды с суммированием используются, например, при построении систем функционального контроля логических устройств методом вычисления контрольных разрядов (рис. 1) [4—7]. В такой системе контролируемое устройство $f(x)$, для определения его технического состояния в произвольный момент времени, снабжается специализированным контрольным оборудованием, включающим в себя блок дополнительной логики $g(x)$ и схему тестера. Входы блока $f(x)$ одновременно являются и

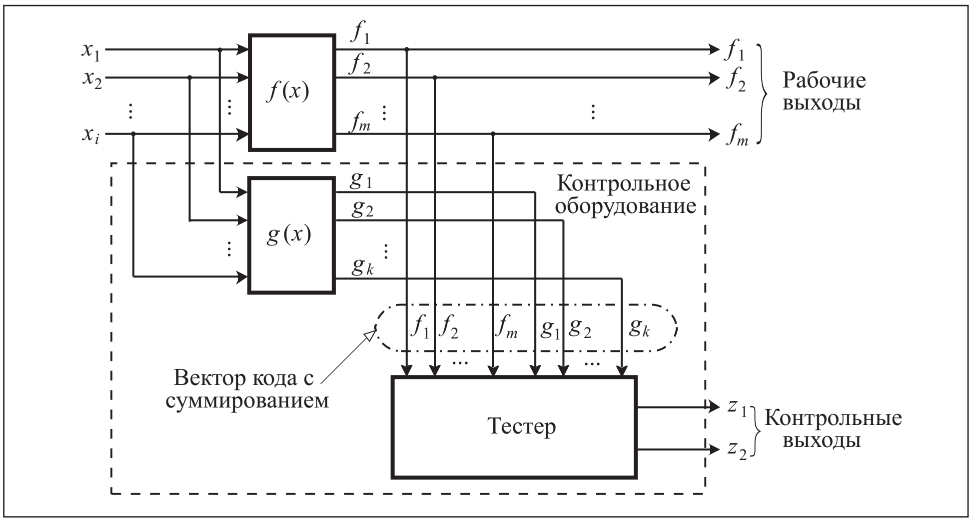

Рис. 1. Система функционального контроля

входами блока $g(x)$. При появлении на них определенного входного вектора $< x_1\ x_2 \dots x_i >$ на рабочих выходах блока $f(x)$ формируется некоторый информационный вектор, а на контрольных выходах блока $g(x)$ — соответствующий ему контрольный вектор. При наличии сбоев во внутренней структуре блока $f(x)$ данное соответствие нарушается. Принадлежность формируемого на выходах блоков $f(x)$ и $g(x)$ кодового вектора $< f_1\ f_2 \dots f_m\ g_1\ g_2 \dots g_k >$ заранее выбранному коду с суммированием определяется самопроверяемым тестером. Под самопроверяемостью системы контроля подразумевается возможность сигнализации тестером о наличии любого дефекта системы функционального контроля (отказа любого из ее блоков) хотя бы на одном входном наборе $< x_1\ x_2 \dots x_i >$. В этом случае контрольные выходы тестера принимают непарафазные значения <00> или <11>.

Идея контроля состоит в следующем. Тестер по значениям разрядов информационного вектора $< f_1\ f_2 \dots f_m >$ вычисляет контрольный вектор $< g'_1\ g'_2 \dots g'_k >$, а затем выполняет его сравнение с аналогичным контрольным вектором $< g_1\ g_2 \dots g_k >$, сформированным блоком дополнительной логики по значениям входов. Несоответствие хотя бы в одном контрольном разряде является признаком наличия дефекта в блоке основной логики $f(x)$.

В практических задачах система функционального контроля должна удовлетворять требованию обнаружения любых одиночных неисправностей в блоке основной логики $f(x)$. Но так как связи между логическими элементами во внутренней структуре устройства $f(x)$ могут быть различными, то и одиночный дефект может распространяться одновременно на несколько выходов, искажая в процессе функционирования системы контроля информационный вектор заранее выбранного кода с суммированием. Поскольку в структуре, изображенной на рис. 1, невозможно одновременное искажение выходов обоих блоков, $f(x)$ и $g(x)$, что непосредственно следует из исходного допущения при раздельной реализации логических блоков, можно рассматривать особенности конкретно выбранного кода с суммированием на случай потенциального возникновения искажений в информационном векторе при безошибочности контрольного.

Правила построения кода с суммированием определяют два основных критерия системы функционального контроля: характеристики по обнаружению ошибок в блоке $f(x)$ и сложность контрольного оборудования. Задача выбора кода состоит в обеспечении обнаружения любых одиночных дефектов в блоке $f(x)$ при минимальной сложности контрольного оборудования. Следует также заметить, что при этом на входах тестера в процессе работы системы функционального контроля должны формироваться все проверочные воздействия.

Коды с суммированием в системах функционального контроля. Часто систему функционального контроля организуют по классическим кодам с суммированием (кодам Бергера [1]), в которых контрольный вектор является двоичным отображением числа единичных разрядов в информационном векторе (веса r информационного вектора). Введем следующие обозначения: m — длина информационного вектора (или число выходов блока $f(x)$); k — длина контрольного вектора (или число выходов блока $g(x)$); $n = m + k$ — длина вектора кода с суммированием. Код Бергера, исходя из этого, обозначим $S(n, m)$.

Система функционального контроля, построенная по $S(n,m)$-коду, включает в себя блок $g(x)$, имеющий $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$ выходов (запись $\lceil b \rceil$ означает целое сверху от b). Кодом $S(n, m)$ обнаруживается любая ошибка информационного вектора, нарушающая его вес, а к необнаруживаемым относятся только разнонаправленные искажения четного числа информационных разрядов (четной кратности d), содержащие группы искажений $\{0 \to 1, 1 \to 0\}$. Установлено [8], что для любого кода Бергера доля необнаруживаемых искажений данной кратности от общего числа искажений данной кратности в независимости от длины информационного вектора является постоянной величиной:

$$\beta_d = 2^{-d} C_d^{d/2}. \tag{1}$$

Код $S(n,m)$ обладает относительно низкими возможностями по обнаружению ошибок в информационных векторах в области малой кратности, а именно не обнаруживает 50% двукратных искажений, 37,5% четырехкратных и 31,25% шестикратных искажений.

В работах [9—12] предложены способы улучшения характеристик по обнаружению ошибок классическими кодами Бергера при сохранении и снижении избыточности кода как главной характеристики, влияющей на сложность контрольного оборудования в системе диагностирования.

Простейшим способом снижения сложности является применение модульного принципа подсчета веса информационного вектора [13, 14]. При этом модуль выбирается из диапазона $M \in 2^1, 2^2, ..., 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ [10]. Коды, полученные данным способом, называются модульными кодами с суммированием и обозначаются как $SM(n, m)$-коды, где M — модуль подсчета веса информационного вектора. Чем меньше модуль подсчета, тем ниже возможности по обнаружению ошибок в информационных разрядах кода с суммированием, но тем меньше сложность контрольного оборудования. Интересно, что для модульных кодов с суммированием свойство постоянства доли необнаруживаемых ошибок кратности d от общего числа ошибок той же кратности сохраняется [12].

В работе [11] рассмотрено семейство модифицированных кодов Бергера с числом контрольных разрядов $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$ и с улучшенными свойствами по обнаружению ошибок в информационных векторах по сравнению с классическими кодами с суммированием. При этом алгоритм модификации кодов Бергера может быть применен также и к любому $SM(n, m)$-коду, что позволит получить семейство модульно-модифицированных кодов с суммированием с улучшенными характеристиками по обнаружению ошибок в информационных векторах по сравнению с соответствующими $SM(n, m)$-кодами [15].

Другим способом повышения эффективности $SM(n, m)$-кода является взвешивание информационных разрядов и запись в качестве контрольного вектора суммы весов единичных информационных разрядов [1, 16 — 19]:

$$W = \sum_{i=1}^{m} x_i w_i,$$

где x_i — значение информационного разряда (0 или 1); w_i — его вес. При этом длина контрольного вектора существенно зависит от значений весов информационных разрядов. В случае, если веса информационных разрядов удовлетворяют неравенству

$$m \le w_1 + w_2 + ... + w_m \le 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil} - 1, \tag{2}$$

то число контрольных разрядов взвешенного кода не превышает аналогичного показателя кода Бергера. Частный случай таких кодов и их свойства описаны в [20].

Неравенство (2) накладывает ограничения на значения весовых коэффициентов w_i. Например, при $m = 7$ нельзя построить взвешенный код с таким же, как у кода Бергера, числом контрольных разрядов, так как $2^{\lceil \log_2(7+1) \rceil} - 1 = 7$, и взвешивание любого информационного разряда приведет к увеличению числа контрольных разрядов.

Результаты исследований свидетельствуют о том, что в зависимости от выбранных весов информационных разрядов находятся и распределения необнаруживаемых ошибок по кратностям. Далее рассмотрим особенности взвешенных кодов с суммированием, удовлетворяющих условию (2). Определим простое соотношение весовых коэффициентов информационных разрядов, выбор которых позволяет получать коды с возможностью обнаружения любых ошибок нечетных кратностей и любых однонаправленных искажений четных кратностей.

Взвешенные коды с суммированием в системах функционального контроля. Обозначим взвешенный код Бергера $WS(n, m, [w_1, w_2, \ldots, w_m])$, где $[w_1, w_2, \ldots, w_m]$ — массив весовых коэффициентов соответствующих информационных разрядов. Для решения задачи функционального контроля будем выбирать весовые коэффициенты информационных разрядов в соответствии с (2). Рассмотрим $S(7, 4)$-код (или $WS(7, 4, [1, 1, 1, 1])$-код) и код с единственным взвешенным разрядом, например младшим разрядом при $w_4 = 3$, т.е. $WS(7, 4, [1, 1, 1, 3])$-код (табл. 1).

Ошибка в коде будет необнаруживаемой тогда и только тогда, когда она исказит информационный вектор с соответствующим ему суммарным весом и переведет его в информационный вектор с таким же суммарным весом. Распределение информационных векторов на группы контрольных векторов однозначно характеризует и распределения необнаруживаемых ошибок в коде с суммированием. На рис. 2 показано распределение информационных векторов $S(7, 4)$-кода и принцип их перераспределения при взвешивании младшего контрольного разряда, т.е. переход к распределению информационных векторов $WS(7, 4, [1, 1, 1, 3])$-кода. Чем равномернее распределение информационных векторов на группы контрольных векторов, тем меньше ошибок в коде не обнаруживается [11].

Код с суммированием с заданными значениями m и k называется оптимальным относительно общего числа необнаруживаемых ошибок информационных разрядов, если он имеет равномерное распределение всех информационных векторов на 2^k контрольные группы [11]. Число необнаруживаемых ошибок в оптимальном коде минимально: $N_m^{\min} = 2^m(2^{m-k} - 1)$.

Эффективность любого кода с суммированием можно сравнить с эффективностью оптимального кода при заданных значениях m и k. Коэффициент эффективности ξ определяется как отношение числа необнаруживаемых ошибок в оптимальном коде $N_m^{\min}$ к общему числу необнаруживаемых ошибок в рассматриваемом коде N_m [11]:

$$\xi = N_m^{\min} / N_m \,. \tag{3}$$

Код S (7, 4) имеет эффективность ξ = 0,2963. Из рис. 2 видно, что перераспределение информационных векторов для кода с суммированием S (7, 4) приводит к уменьшению их числа в контрольных группах и более равномерному распределению на группы (табл. 2). При этом уменьшается и число необнаруживаемых ошибок. Так, в коде S (7, 4) N_m = 54 необнаруживаемых ошибки (48 двукратных и 6 четырехкратных), а во взвешенном WS (7, 4, [1, 1, 1, 3])-коде, полученном после перераспределения векторов, — N_m = 26 необнаруживаемых ошибок (24 двукратных и 2 четырехкратных). Согласно (3) эффективность взвешенного кода составляет $\xi = 0{,}6154$, что более чем вдвое выше эффективности классического S (7,4)-кода.

Если вес одного из информационных разрядов будет w_i = 4, то получим еще более близкое к оптимальному перераспределение информационных векторов относительно контрольных (см. табл. 2). Однако дальнейшее увеличение веса приведет к увеличению числа контрольных разрядов в коде.

Таблица 1

Номер кодового слова	Информационные разряды взвешенных кодов при m = 4				Контрольные разряды					
	x_1	x_2	x_3	x_4	WS (7,4,[1,1,1,1])			WS (7,4,[1,1,1,3])		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
10	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
11	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
12	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1
14	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
15	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0

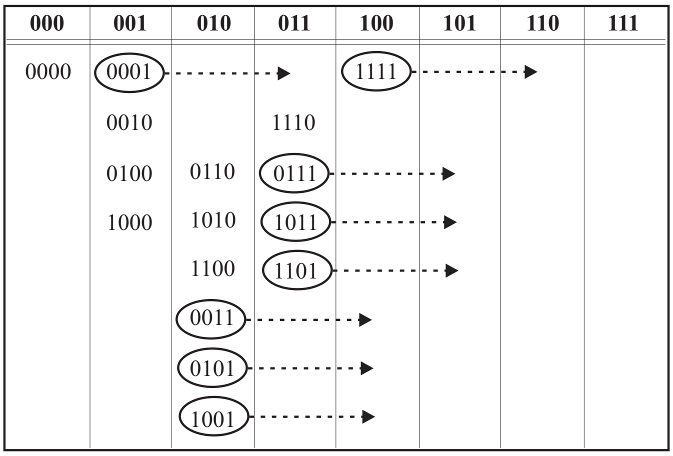

Рис. 2. Перераспределение информационных векторов

В табл. 3 приведены распределения необнаруживаемых ошибок во всех взвешенных кодах *WS* (7, 4, [w_1, w_2, w_3, w_4]) при m = 4, удовлетворяющих условию (2). Все эти коды помехоустойчивы (обнаруживают все одиночные искажения), но каждый из них имеет различные распределения необнаруживаемых ошибок и различную эффективность. Некоторые коды обнаруживают все ошибки нечетной кратности, как и классический код с суммированием, приведенный в первой строке табл. 3. Любой из приведенных взвешенных кодов более эффективен, чем *S* (7, 4)-код. Их можно сравнить с модифицированными кодами Бергера *RS* (7, 4, 1) и *RS* (7, 4, 2), принцип построения которых описан в [9—11].

Из табл. 3 видно, что модифицированные коды Бергера при m = 4 по сравнению с другими кодами с суммированием имеют более высокую эффективность обнаружения искажений в информационных векторах. При этом *RS* (7, 4, 2)-код не обнаруживает две однонаправленные ошибки. С увеличением значения m число однонаправленных необнаруживаемых ошибок у модифицированных кодов Бергера увеличивается, а взвешенные коды обнаруживают все однонаправленные ошибки [1].

Взвешивая информационные разряды, можно получить большое разнообразие кодов с суммированием с различными распределениями необнаруживаемых ошибок, пригодных для решения задач технической диагностики.

Некоторые свойства взвешенных кодов с суммированием по обнаружению ошибок в системах функционального контроля. При увеличении значения m и фиксированном k число различных вариантов взвешивания информационных разрядов уменьшается, так как число информационных разрядов приближается к величине $2^k - 1$ (см. (2)). В табл. 4 приведено число различных взвешенных кодов с суммированием в зависимости от значения m, имеющих такую же длину контрольного вектора, как и коды Бергера.

С помощью разработанного программного обеспечения, реализующего алгоритм подсчета числа необнаруживаемых ошибок по кратностям (он основан на табличной форме задания кодов), получены распределения необнаруживаемых ошибок для всех взвешенных кодов с числом контрольных разрядов, определяемых по формуле $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$, и длиной информационного вектора $m = 2 \div 20$.

В табл. 5 приведены распределения необнаруживаемых ошибок информационных разрядов во всех WS (14, 10, [w_1, w_2, …, w_{10}])-кодах. В первой строке представлен классический код Бергера, эффективность кото-

Таблица 2

Информационные векторы							
000	001	010	011	100	101	110	111
Для кода WS (7, 4, [1, 1, 1, 3])							
0000	0010 0100 1000	0110 1010 1100	0001 1110	0011 0101 1001	0111 1011 1101	1111	
Для кода WS (7, 4, [1, 1, 1, 4])							
0000	0010 0100 1000	0110 1010 1100	1110	0001	0011 0101 1001	0111 1011 1101	1111

Таблица 3

Код	Число необнаруживаемых ошибок кратности d				Число однонаправленных необнаруживаемых ошибок кратности d				N_m	ξ
	1	2	3	4	1	2	3	4		
WS (7,4,[1,1,1,1])	0	48	0	6	0	0	0	0	54	0,2963
WS (7,4,[1,1,1,2])	0	24	12	0	0	0	0	0	36	0,4444
WS (7,4,[1,1,1,3])	0	24	0	2	0	0	0	0	26	0,6154
WS (7,4,[1,1,1,4])	0	24	0	0	0	0	0	0	24	0,6667
WS (7,4,[1,1,2,2])	0	16	8	4	0	0	0	0	28	0,5714
WS (7,4,[1,1,2,3])	0	8	12	0	0	0	0	0	20	0,8
RS (7,4,1)	0	24	0	0	0	0	0	0	24	0,6667
RS (7,4,2)	0	16	0	8	0	0	0	2	24	0,6667

рого $\xi = 0{,}3511$. Наибольшую эффективность, $\xi = 0{,}69$, имеет взвешенный код WS (14, 10, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 5]), что в 1,965 раза больше, чем у классического кода с суммированием.

Анализ таблиц для рассматриваемого класса взвешенных кодов с суммированием позволяет установить ряд свойств новых кодов, имеющих значение для практической задачи выбора кода при организации систем функционального контроля.

Свойство 1. Любой взвешенный код имеет меньшее общее число необнаруживаемых ошибок, чем классический код с суммированием при тех же длинах информационных и контрольных векторов.

Данное свойство следует из сравнения величин N_m в табл. 5. Обозначим Δ разницу между максимальным значением веса для данного значения m (оно равно верхней границе $2^k - 1$) и максимальным значением суммарного веса информационного вектора $W_{\max} = \sum_{i=1}^{m} x_i w_i$. Справедливо следующее утверждение.

Свойство 2. Любой взвешенный код обнаруживает все ошибки максимальной кратности $d = m$, если величина $\Delta = (2^k - 1) - \sum_{i=1}^{m} x_i w_i$ есть четное число.

Таблица 4

m	k	Суммарный вес		Число взвешенных кодов с суммированием
		Минимальный	Максимальный	
2	2	2	3	2
3	2	3	3	1
4	3	4	7	7
5	3	5	7	4
6	3	6	7	2
7	3	7	7	1
8	4	8	15	45
9	4	9	15	30
10	4	10	15	19
11	4	11	15	12
12	4	12	15	7
13	4	13	15	4
14	4	14	15	2
15	4	15	15	1

Таблица 5

Весовые коэффициенты разрядов	$W_{\max}$	Число необнаруживаемых ошибок кратности d										N_m	ξ
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	10	0	23040	0	80640	0	67200	0	12600	0	252	183732	0,35
[1,1,1,1,1,1,1,1,1,2]	11	0	18432	9216	48384	32256	26880	20160	2520	2016	0	159864	0,40
[1,1,1,1,1,1,1,1,2,2]	12	0	14848	14336	34048	35840	24640	13440	6104	448	196	143900	0,44
[1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	12	0	18432	0	59136	0	47040	0	8568	0	168	133344	0,48
[1,1,1,1,1,1,1,2,2,2]	13	0	12288	16128	29568	30912	25760	11760	4368	1288	0	132072	0,48
[1,1,1,1,1,1,1,1,2,3]	13	0	14336	9216	34048	28672	17920	16576	1624	1568	0	123960	0,52
[1,1,1,1,1,1,1,1,1,4]	13	0	18432	0	48384	8064	26880	8064	2520	1008	0	113352	0,56
[1,1,1,1,1,1,2,2,2,2]	14	0	10752	15360	29184	26880	23360	12480	3888	736	168	122808	0,52
[1,1,1,1,1,1,1,2,2,3]	14	0	11264	14336	24192	31360	19040	10752	4984	336	156	116420	0,55
[1,1,1,1,1,1,1,1,3,3]	14	0	14848	0	48384	0	40320	0	7472	0	156	111380	0,57
[1,1,1,1,1,1,1,1,2,4]	14	0	14336	7168	30464	22400	17920	9408	3864	336	128	106024	0,60
[1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]	14	0	18432	0	48384	0	30912	0	4536	0	72	102336	0,63
[1,1,1,1,1,2,2,2,2,2]	15	0	10240	12800	29440	25600	20800	11200	4400	800	0	115280	0,55
[1,1,1,1,1,1,2,2,2,3]	15	0	9216	16128	22144	27072	20960	9968	3504	1096	0	110088	0,50
[1,1,1,1,1,1,1,2,3,3]	15	0	11264	8960	27776	25088	15680	14112	1512	1344	0	105736	0,61
[1,1,1,1,1,1,1,2,2,4]	15	0	11264	11008	24192	22848	19040	8512	3248	896	0	101008	0,63
[1,1,1,1,1,1,1,1,3,4]	15	0	14336	2048	34048	15232	17920	11648	1624	1264	0	98120	0,65
[1,1,1,1,1,1,1,1,2,5]	15	0	14336	7168	26880	21504	10752	11200	758	928	0	93496	0,60
[1,1,1,1,1,1,1,1,1,6]	15	0	18432	0	48384	0	26880	1344	2520	288	0	97848	0,65

Свойство 2 также вытекает из табл. 5: все коды с четными значениями Δ обнаруживают любые искажения кратности $d = m$. Это коды с $W_{\max} = 11$, 13, 15.

В табл. 6 представлены характеристики наиболее эффективных WS (n, m, [w_1, w_2, ..., w_m])-кодов с заданными параметрами длин информационных и контрольных векторов. В некоторых случаях взвешенный код обнаруживает более чем в два раза больше ошибок информационных разрядов, чем код Бергера. В строках 1, 5, 13 табл. 6 записаны коды Бергера, так как взвешивание информационных разрядов приводит к нарушению условия (2).

В результате исследований установлено, что существует простое соотношение весов информационных разрядов, при котором код обнаруживает любые ошибки нечетных кратностей, а также все однонаправленные ошибки четных кратностей в информационных векторах. Подобными свойствами обладает и классический код Бергера.

На рис. 2. видно не только более равномерное распределение информационных векторов на контрольные группы, но и очевиден сдвиг векторов при взвешивании информационного разряда. При этом информационные векторы с одинаковым по четности числом единиц попадают в одну группу, что позволяет сохранить структуру необнаруживаемых ошибок: взвешенный код WS (7, 4, [1, 1, 1, 3]) также обнаруживает все ошибки нечетной кратности, как и WS (7, 4, [1, 1, 1, 1])-код.

Таблица 6

Номер строки	m	k	Весовые коэффициенты разрядов	N_m	$N_m^{\min}$	ξ	Увеличение эффективности относительно S (n,m)-кода
1	3	2	[1,1,1]	12	8	0,66667	1
2	4	3	[1,1,1,4]	24	16	0,66667	2,25
3	5	3	[1,1,1,1,3]	124	96	0,77419	1,77
4	6	3	[1,1,1,1,1,2]	680	448	0,65882	1,26
5	7	3	[1,1,1,1,1,1,1]	3304	1920	0,58111	1
6	8	4	[1,1,1,1,1,1,6,3]	4764	3840	0,80605	2,65
7	9	4	[1,1,1,1,1,1,1,5,3]	21588	15872	0,73522	2,23
8	10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,5,2]	93496	64512	0,69	1,97
9	11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]	398472	260096	0,65273	1,77
10	12	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,4]	1747856	1044480	0,59758	1,54
11	13	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	8015128	4186112	0,52228	1,3
12	14	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2]	36237136	16760832	0,46253	1,11
13	15	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	155084752	67076096	0,43251	1

Для любых WS (n, m, [w_1, w_2, …, w_m])-кодов справедливо следующее свойство.

Теорема. Взвешенный код с суммированием обнаруживает любые ошибки нечетных кратностей и все однонаправленные ошибки четных кратностей, если все веса его информационных разрядов являются нечетными числами.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для доказательства отсутствия необнаруживаемых ошибок нечетной кратности необходимо показать, что одному контрольному вектору соответствуют информационные векторы с одинаковым по четности суммарным весом.

Рассмотрим взвешенный код с суммированием WS (n,m,[w_1,w_2, …,w_m]) с длиной информационного вектора, равной m. Пусть у этого кода все информационные разряды, кроме одного, имеют вес $w_i = 1$, а один информационный разряд — нечетный вес w_m. Все информационные векторы данного кода можно разбить на две группы, < ~ ~ … ~ 0 > и < ~ ~ … ~ 1 >, где последний разряд имеет вес w_m.

Обозначим $r^1 = r$ вес информационного вектора < ~ ~ … ~ 1 > невзвешенного кода. Тогда вектор < ~ ~ … ~ 0 > будет иметь вес $r^0 = r-1$. С учетом этого информационные векторы WS $(n,m.\ [w_1, w_2, ..., w_m])$-кода будут иметь суммарный вес либо $W^0 = r - 1$, либо $W^1 = r - 1 + w_i$. Если r — четное число, то число W^0 является нечетным, а W^1 — числом четным, в силу того, что числа $r-1$ и w_i — нечетные. Напротив, если r — нечетное, то число W^0 является четным, а W^1 — нечетным, в силу того, что число $r-1$ — четное, а w_i — нечетное.

Допустим теперь, что два информационных разряда имеют нечетные значения весов, w_m и w_{m-1}, а остальные $m - 2$ информационных разряда имеют веса $w_i = 1$. Все информационные векторы делятся на четыре категории, < ~ ~ ... ...~ 0 0 >, < ~ ~ ... ~ 0 1 >, < ~ ~ ... ~ 1 0 > и < ~ ~ ... ~ 1 1 >, где последние два разряда — это соответственно разряды с весами w_{m-1} и w_m. Рассуждая, как и ранее, заметим, что суммарные веса невзвешенных информационных векторов равны: $r^{11} = r$, $r^{01} = r-1$, $r^{10} = r-1$, $r^{00} = r-2$. После взвешивания получаем

$$W^{11} = r-2+w_{i-1}+w_i,\ W^{01} = r-1+w_i,\ W^{10} = r-1+w_{i-1},\ W^{00} = r.$$

Пусть теперь r — четное, тогда W^{11} и W^{00} — также четные, а W^{01} и W^{10} — нечетные, т.е. не изменили своей четности при взвешивании; пусть r — нечетное, тогда W^{11} и W^{00} являются нечетными, а W^{01} и W^{10} — четными, т.е. также не изменили своей четности при взвешивании.

При взвешивании одного информационного разряда число групп векторов равно двум, при взвешивании двух информационных разрядов число групп векторов равно $2 \cdot 2 = 4$. При каждом добавлении одного взвешенного разряда число рассматриваемых групп увеличивается в два раза: при k взвешенных разрядах оно равно 2^k. Четность векторов при взвешивании не меняется по сравнению с векторами кода с невзвешенными разрядами.

Таким образом, если один или два разряда взвешены и при этом имеют нечетные значения весовых коэффициентов разрядов, то четность веса информационного вектора сохраняется. Ошибки, переводящие информационные векторы с одинаковыми контрольными векторами друг в друга, являются необнаруживаемыми. Поскольку четность сохранилась, эти ошибки являются ошибками четных кратностей. Аналогичные результаты получены и при анализе информационных векторов с большим числом нечетных весовых коэффициентов.

Свойство разнонаправленности необнаруживаемых ошибок вытекает из того, что при взвешивании информационных векторов происходит увеличение суммарного веса, т.е. смещение значения истинного веса в большую сторону. В группу с весом r, соответствующим весу невзвешенного кода, никогда не попадет информационный вектор взвешенного кода с большим значением веса. Теорема доказана.

Следует заметить, что данная теорема справедлива для любых взвешенных кодов с суммированием, для которых суммарное значение веса не обязательно равно 2^{k-1}.

Для примера рассмотрим распределение информационных векторов кода *WS* (8,5, [1,1,1,1,3]) относительно контрольных векторов [20]. Из табл. 7 видно, что любой переход внутри контрольной группы — это искажение четной кратности, и любой такой переход является разнонаправленным. На рис. 3 приведены все переходы, искажающие кодовый вектор 00011 контрольной группы 100 и переводящие его в кодовый вектор этой же контрольной группы. Среди необнаруживаемых искажений — только искажения четной кратности, причем разнонаправленные.

Код *WS* (8,5, [1,1,1,1,3]) имеет 124 необнаруживаемые ошибки, что в 1,77 раза меньше, чем в классическом коде Бергера (*WS* (8,5, [1,1,1,1,1])-

Таблица 7

000	001	010	011	100	101	110	111
00000	00010 00100 01000 10000	00110 01010 01100 10010 10100 11000	00001 01110 10110 11010 11100	00011 00101 01001 10001 11110	00111 01011 01101 10011 10101 11001	01111 10111 11011 11101	11111

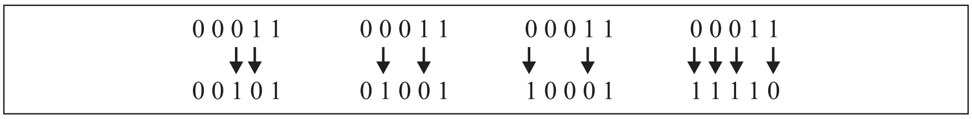

Рис. 3. Необнаруживаемые искажения вектора 00011 в коде $WS(8,5,[1,1,1,1,3])$

коде или S (8,5)-коде), имеющем 220 необнаруживаемых ошибок. Взвешенный код с суммированием WS (8,5, [1,1,1,1,3]) более близок к оптимальному, чем S (8,5)-код, ввиду более равномерного распределения информационных векторов на контрольные группы.

Таким образом, любой взвешенный код с нечетными весами информационных разрядов обнаруживает любые ошибки нечетных кратностей и все однонаправленные четные искажения информационных векторов. Взвешенные коды с суммированием могут быть эффективно применены для организации систем функционального контроля комбинационных логических схем с монотонными и монотонно независимыми выходами [21, 22].

Установим некоторые свойства взвешенных кодов с суммированием, удовлетворяющих условиям теоремы, т.е. имеющих только нечетные веса информационных разрядов. В табл. 8 представлены распределения необнаруживаемых ошибок в $WS(n,m,[w_1,w_2, \ldots,w_m])$-кодах со свойством обнаружения любых искажений информационных разрядов нечетных кратностей для $m = 3 \div 12$.

На основании анализа подобных таблиц при длинах информационных векторов кодов $m \leq 20$ установлены следующие свойства взвешенных кодов.

Свойство 3. Для $WS(n,m, [1,1, \ldots, 1,\alpha, \beta])$-кодов, где $\alpha = 1, 3, \ldots$ и $\beta = \alpha + 2, \alpha + 3, \ldots$ число необнаруживаемых ошибок кратности $d = 2$ одинаково для заданного m.

Подобные коды имеют отличие в весах только одного информационного разряда. Заметим, что данным свойством обладают, например, коды WS (12,8, [1,1,1,1,1,1,1,3]), WS (12,8, [1,1,1,1,1,1,1,5]), WS (12,8, [1,1,1,1,1,1,1,7]), каждый из которых имеет по 2688 необнаруживаемых ошибки информационных разрядов кратности $d = 2$. Данное свойство явно прослеживается на больших длинах информационных векторов. Например при $m = 16$ у кодов WS (21,16,[1,1, …, 3,3,5]), …, WS (21,16,[1,1, …, 3,3,11]) имеется по 2588672 необнаруживаемых ошибки кратности $d = 2$.

Свойство 4. Для $WS(n, m, [1,1, \ldots, 1, \alpha, \beta])$-кодов, где $\alpha = 1, 3, \ldots$ и $\beta = \alpha + 4, \alpha + 6, \ldots$ число необнаруживаемых ошибок кратности $d = 4$ одинаково для заданного m.

Таблица 8

m	k	Весовые коэффициенты разрядов	Кратность необнаруживаемой ошибки при d						N_m	ξ
			2	4	6	8	10	12		
3	2	[1,1,1]	12	—	—	—	—	—	12	0,6667
4	3	[1,1,1,1]	48	6	—	—	—	—	54	0,2963
4	3	[1,1,1,3]	24	2	—	—	—	—	26	0,6154
5	3	[1,1,1,1,1]	160	60	—	—	—	—	220	0,4364
5	3	[1,1,1,1,3]	96	28	—	—	—	—	124	0,7742
6	3	[1,1,1,1,1,1]	480	360	20	—	—	—	860	0,5209
7	3	[1,1,1,1,1,1,1]	1344	1680	280	—	—	—	3304	0,5811
8	4	[1,1,1,1,1,1,1,1]	3584	6720	2240	70	—	—	12614	0,3044
8	4	[1,1,1,1,1,1,1,3]	2688	4488	1400	42	—	—	8610	0,446
8	4	[1,1,1,1,1,1,1,5]	2688	3360	728	14	—	—	6790	0,5655
8	4	[1,1,1,1,1,1,1,7]	2688	3360	560	2	—	—	6610	0,5809
8	4	[1,1,1,1,1,1,3,3]	2048	3680	1280	42	—	—	7050	0,5447
8	4	[1,1,1,1,1,1,3,5]	1920	2560	848	30	—	—	5358	0,7167
8	4	[1,1,1,1,1,3,3,3]	1664	3360	1080	30	—	—	6134	0,626
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1]	9216	24192	13440	1260	—	—	48108	0,3299
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,3]	7168	17024	8960	812	—	—	33964	0,4673
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,5]	7168	13440	5376	364	—	—	26348	0,6024
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,7]]	7168	13440	4480	172	—	—	25260	0,6283
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,3,3]	5632	13888	7840	756	—	—	28116	0,5645
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,3,5]	5376	10304	5376	532	—	—	21588	0,7352
9	4	[1,1,1,1,1,1,3,3,3]	4608	12480	6880	612	—	—	24580	0,6457
10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	23040	80640	67200	12600	252	—	183732	0,3511
10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	18432	59136	47040	8568	168	—	133344	0,4838
10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]	18432	48384	30912	4536	72	—	102336	0,6304
10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,3,3]	14848	48384	40320	7672	156	—	111380	0,5792
11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	56320	253440	295680	92400	5544	—	703384	0,3698
11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	46080	192000	215040	65520	3864	—	522504	0,4978
11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]	46080	161280	150528	38640	1944	—	398472	0,6527
11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3]	37888	158208	182784	57456	3480	—	439816	0,5914
12	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	135168	760320	1182720	554400	66528	924	2700060	0,3868
12	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	112640	591360	887040	406560	48048	660	2046308	0,5104

Данные коды также отличаются в весе только одного информационного разряда. Примерами кодов, удовлетворяющих свойству 4, являются *WS* (12,8, [1,1,1,1,1,1,1,5]) и *WS* (12,8, [1,1,1,1,1,1,1,7])-коды (см. табл. 7). Данные коды имеют по 3360 необнаруживаемых ошибок кратности $d = 4$.

Свойства 3 и 4 могут быть обобщены и на случай большей кратности необнаруживаемых ошибок.

Свойство 5. Минимум необнаруживаемых ошибок максимальной кратности (m для четных значений длины информационного вектора и $m - 1$ для нечетных) достигается при выборе единичных весов у $m - 1$ информационных разрядов и веса одного информационного разряда, максимально близкого к верхней границе, для сохранения числа контрольных разрядов ($w_i = 2^k - (m-1)$ или $w_i = 2^k - (m-1) - 1$).

Например, при $m = 8$ минимум необнаруживаемых ошибок максимальной кратности $d = 8$ имеет *WS* (12,8, [1,1,1,1,1,1,1,7])-код. Данным кодом не обнаруживается два таких искажения, что в 35 раз меньше, нежели у классического кода с суммированием при данном m.

Свойство 6. При заданном значении m наибольшей эффективностью среди взвешенных кодов с суммированием, отличающихся в весе только

Таблица 9

m	k	Весовые коэффициенты разрядов	N_m	ξ	$W = \sum_{i=1}^{m} x_i w_i$	$W_{\max} = 2^k - 1$
3	2	[1,1,1]	12	0,6667	3	3
4	3	[1,1,1,3]	26	0,6154	7	7
5	3	[1,1,1,1,3]	124	0,7742	7	7
6	3	[1,1,1,1,1,1]	860	0,5209	6	7
7	3	[1,1,1,1,1,1,1]	3304	0,5811	7	7
8	4	[1,1,1,1,1,1,3,5]	5358	0,7167	14	15
9	4	[1,1,1,1,1,1,1,3,5]	21588	0,7352	15	15
10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]	102336	0,6304	14	15
11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]	398472	0,6527	15	15
14	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	40100216	0,418	14	15
15	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]	155084752	0,4325	15	15
16	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,11]	194257778	0,6906	30	31
17	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,11]	769242988	0,6978	31	31
18	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,9]	3385207432	0,6343	30	31
19	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,9]	13455921056	0,6383	31	31
20	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,9]	61454926968	0,5591	30	31

одного информационного разряда, обладает такой код, у которого суммарный вес при четном значении m

$$W = \sum_{i=1}^{m} x_i w_i = 2^k - 2,$$

а при нечетном —

$$W = \sum_{i=1}^{m} x_i w_i = 2^k - 1.$$

Данное свойство, например, прослеживается в табл. 8 для взвешенных кодов при $m = 8$. Наиболее эффективными кодами среди кодов типа WS(12,8, [1,1,…, 1, α]) является код WS(12,8, [1,1,1,1,1,1,1,7]), имеющий 6610 необнаруживаемых ошибок, а среди кодов типа WS (12,8, [1,1, ..., 3, α]) — код WS (12,8, [1,1,1,1,1,1,3,5]), который имеет 5358 необнаруживаемых ошибок информационных разрядов.

Свойство 6 упрощает практическую задачу выбора наилучшего варианта кодирования из всего множества взвешенных кодов. Более того, максимально эффективный код находится во множестве взвешенных кодов, удовлетворяющих свойству 6.

В табл. 9 приведены максимально эффективные взвешенные коды с суммированием при максимальных значениях ξ. Как показали результаты

Таблица 10

m	k	Весовые коэффициенты разрядов	Число двукратных необнаруживаемых искажений кодов		Общее число двукратных искажений	β_2	α
			$WS(n,m)$	$S(n,m)$			
4	3	[1,1,1,3]	24	48	96	0,25	2
5	3	[1,1,1,1,3]	96	160	320	0,3	1,6667
8	4	[1,1,1,1,1,3,3,3]	1664	3584	7168	0,2321	2,1538
9	4	[1,1,1,1,1,1,3,3,3]	4608	9216	18432	0,25	2
10	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,3,3]	14848	23040	46080	0,3222	1,5517
11	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3]	37888	56320	112640	0,3364	1,4865
12	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	112640	135168	270336	0,4167	1,2
13	4	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]	270336	319488	638976	0,4231	1,1818
16	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,3,3,5]	1802240	3932160	7864320	0,2292	2,1818
17	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,3,3,5]	4259840	8912896	17825792	0,239	2,0923
18	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,3,3,3]	10616832	20054016	40108032	0,2647	1,8889
19	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,3,3,3]	24379392	44826624	89653248	0,2719	1,8387
20	5	[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,3,3,3]	60293120	99614720	199229440	0,3026	1,6522

исследований, свойству 6 удовлетворяет и взвешенный код с минимальным числом необнаруживаемых ошибок кратности $d = 2$. Взвешенные коды с минимальным числом двукратных искажений обладают более равномерным распределением весов информационных разрядов, нежели наиболее эффективные (табл. 10). Часто код с суммированием при минимальном числе двукратных необнаруживаемых искажений — это код, у которого суммарный вес информационных разрядов при четном значении m составляет $W_{\max} = 2^k - 2$, а при нечетном — $W_{\max} = 2^k - 1$. Такой код имеет максимальное число разрядов с весами $w_i = 3$.

Лучшие взвешенные коды по параметру числа двукратных необнаруживаемых искажений обладают долей необнаруживаемых искажений информационных векторов кратности $d = 2$ от общего числа ошибок данной кратности, меньшей, чем у классических кодов с суммированием: $\beta_2 < 0{,}5$. Отношение числа двукратных необнаруживаемых искажений в кодах Бергера по сравнению с лучшими взвешенными кодами $\sigma = 1{,}5 \div 2$. Следовательно, взвешенные коды являются более эффективными относительно обнаружения ошибок малой кратности $d = 2$ по сравнению с известными кодами Бергера.

Тестеры взвешенных кодов с суммированием. Важным элементом системы функционального контроля (см. рис. 1) является тестер, устанавливающий факт правильности вычислений рабочих булевых функций f_1, f_2, ..., f_m. Тестер состоит из генератора, формирующего по значениям информационных разрядов контрольные функции, и компаратора, сравнивающего одноименные сигналы.

Компаратор строится посредством каскадного соединения модулей сравнения парафазных сигналов *TRC* (two-rail checker) [23]. Генератор является устройством подсчета суммарного веса информационного вектора. Генераторы строятся в виде сумматоров весов информационных разрядов на основе полных сумматоров (*FA*) и полусумматоров (*HA*) [24, 25].

Полный сумматор *FA* (рис. 4, *а*) имеет три входа, x_1, x_2, x_3, и два выхода, S (сумма) и C (перенос). Он вычисляет сумму единичных значений на входах в соответствии с уравнениями $S = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ и $C = x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3$. В отличие от полного сумматора полусумматор *HA* (рис. 4, *б*) имеет два входа, x_1, x_2 , и два выхода, S и C. Функции S и C вычисляются по формулам $S = x_1 \oplus x_2$ и $C = x_1x_2$.

С применением элементов *FA* и *HA* можно строить любые сумматоры двоичных чисел, в том числе генераторы кодов с суммированием. На рис. 5 приведена схема генератора кода S (8,5), построенного на основе сумматоров и полусумматоров. На рис. 5, *б*, показаны логические сигналы каждого входа и выхода составляющих генератора при формировании на

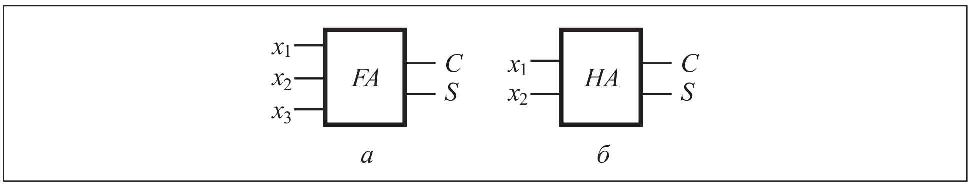

Рис. 4. Элементная база генератора: *а* — полный сумматор; *б* — полусумматор

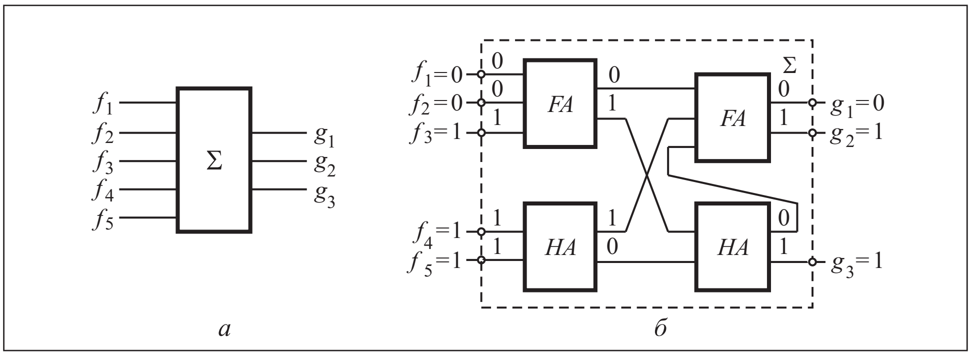

Рис. 5. Схемы генератора кода *S* (8,5): *а* — функциональная; *б* — структурная

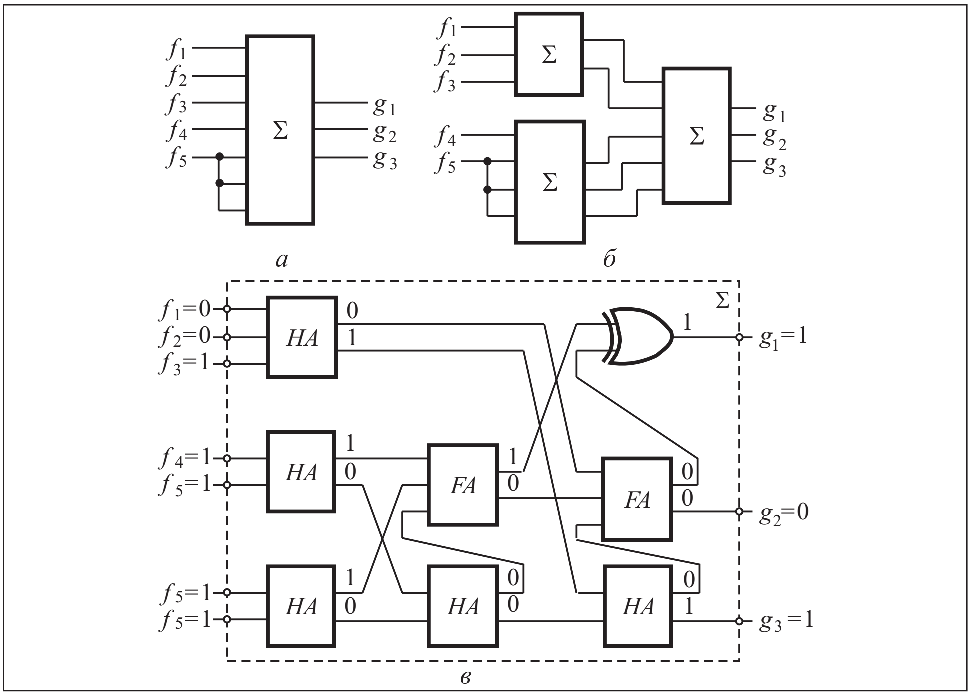

Рис. 6. Схемы генератора кода *WS* (8,5, [1,1,1,1,3]): *а* — функциональная; *б* — подробная функциональная; *в* — структурная

выходе контролируемого устройства информационной комбинации <00111>. В этом случае на выходах генератора устанавливается комбинация <011>, равная весу информационного слова.

Аналогично строятся генераторы взвешенных кодов. На рис. 6 приведены схемы генератора *WS* (8,5, [1,1,1,1,3])-кода, который построен как сумматор двух двоичных чисел: суммарного веса первых трех информационных разрядов и весов двух младших информационных разрядов, в том числе взвешенного разряда f_5 (см. рис. 6, *б*). При этом на выходах сумматора трех старших разрядов формируется двузначное двоичное число, а на выходах сумматора младших разрядов — трехзначное двоичное число. Это учитывается при построении выходного сумматора — в нем у полусумматора старших разрядов не требуется выхода переноса, так как складываемые в нем максимальные числа, равны соответственно <11> и <100>.

Следует заметить, что синтез генераторов как сумматоров двоичных чисел, характеризующих суммы весов информационных разрядов, позволяет получать более простые структуры генераторов для тестеров $WS\,(n, m[w_1, w_2, ..., w_m])$-кодов.

Выводы

Важным способом обеспечения надежности работы постоянно развивающихся и усложняющихся систем автоматического управления и контроля является использование функционального (рабочего) диагностирования. При организации подобных систем эффективным является использование кодов с суммированием, в том числе кодов с суммированием взвешенных информационных разрядов. Взвешивание разрядов приводит к повышению эффективности кодов с суммированием по обнаружению ошибок в информационных векторах кодов, что актуально для систем функционального контроля логических устройств.

Определены условия, при которых взвешенный код с суммированием является максимально эффективным относительно обнаружения ошибок четных кратностей в информационных векторах, а также условия сохранения важных свойств классических кодов с суммированием, а именно обнаружение любых однонаправленных искажений информационных разрядов и всех искажений нечетных кратностей.

The paper presents the results of studying the codes with summation of the weighted data bits under the condition of preservation of the number of check bits, similar to the classical Berger codes. Classes of codes which possess the main properties of the Berger codes and have the least number of undetectable errors in data bits (among known codes) are defined.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Berger J.M.* A note on Error Detecting Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. — 1961. — Vol. 4, № 1. — P. 68—73.
2. *Freiman C.V.* Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary // Ibid. — 1962. — Vol. 5, № 1. — P. 64—71.
3. *Pradhan D.K.* Fault-Tolerant Computer System Design. — N-Y : Prentice Hall, 1996. — 560 p.
4. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Самопроверяемые дискретные устройства. — СПб : Энергоатомиздат, 1992. — 224 с.
5. *Goessel M., Graf S.* Error Detection Circuits. — London: McGraw-Hill, 1994. — 261 p.
6. *Lala P.K.* Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. — San Francisco : Morgan Kaufmann Publishers, 2001. — 216 p.
7. *Fujiwara E.* Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. — John Wiley & Sons, 2006. — 720 p.
8. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. — 2010. — №6 . — С. 155—162.
9. *Блюдов А.А., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Модифицированный код с суммированием для организации контроля комбинационных схем // Там же. — 2012. — № 1. — С. 169—177.
10. *Blyudov A., Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl.* Properties of Code with Summation for Logical Circuit Test Organization // Proc. of the 10th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2012). Kharkov, Ukraine, September 14—17, 2012. — P. 114—117.
11. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов // Электрон. моделирование. — 2012. — **34**, № 6. — С. 17—29.
12. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Коды с суммированием для организации контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 6. — С. 153—164.
13. *Bose B., Lin D. J.* Systematic Unidirectional Error-Detection Codes // IEEE Trans. Comput. — 1985. — Vol. C —34. — P. 1026—1032.
14. *Das, D., Touba N.A., Seuring M., Gossel M.* Low Cost Concurrent Error Detection Based on Modulo Weight-Based Codes // Proc. of the 6th IEEE International On-Line Testing Workshop (IOLTW). Spain, Palma de Mallorca, July 3—5, 2000. — P. 171—176.
15. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Blyudov A.* On the Problem of Selection of Code with Summation for Combinational Circuit Test Organization // Proc. of the 11th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2013). Rostov-on-Don, Russia, Sept. 27—30, 2013. — P. 261—266.
16. *Das D., Touba N.A.* Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits // Proc. of the 17th IEEE VLSI Test Symposium. USA, CA, Dana Point, April 25—29, 1999. — P. 370—376.
17. *Ghosh S., Lai K.W., Jone W.B., Chang S.C.* Scan Chain Fault Identification Using Weight-Based Codes for SoC Circuits // Proc. of the 13th Asian Test Symposium. Taiwan, Kenting, 15—17 Nov. 2004. — P. 210—215.
18. *Favalli M., Metra C.* Optimization of Error Detecting Codes for the Detection of Crosstalk Originated Errors // Design, Automation and Test in Europe (DATE). 13—16 March, 2001. — P. 290—296.
19. *Ghosh S.* Scan Chain Fault Identification Using Weight-Based Codes for SoC Circuits // Master's thesis, Dept. of ECECS. University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio, USA, May, 2004.

20. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Никитин Д.А.* Метод построения кода Бергера с повышенной эффективностью обнаружения ошибок в информационных разрядах // Электрон. моделирование. — 2013. — **35**, № 4. — С. 21—34.
21. *Sapozhnikov V.V., Morozov A., Sapozhnikov Vl.V., Goessel M.* A New Design Method for Self-Checking Unidirectional Combinational Circuits // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. — 1998. — Vol. 12, № 2. — P. 41—53.
22. *Матросова А.Ю., Останин С.А., Сингх В.* Обнаружение несущественных путей логических схем на основе совместного анализа И-ИЛИ деревьев и SSBDD-графов // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 7. — С. 126—142.
23. *Мельников А.Г., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Синтез самопроверяющихся тестеров для кодов с суммированием // Проблемы передачи информации. — 1986. — **XXII**, № 2. — С. 85—97.
24. *Marouf M.A., Friedman A.D.* Design of Self-Checking Checkers for Berger Codes // Proc. of the 8th Annual Intern. Conf. on Fault-Tolerant Computing. Toulouse, France. — 1978. — P. 179—183.
25. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. — Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocłavskiej, 1995. — 111 p.

Поступила 09.12.13

САПОЖНИКОВ Валерий Владимирович, д-р техн. наук, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения. В 1963 г. окончил Ленинградский ин-т инженеров железнодорожного транспорта. Область научных исследований — надежностный синтез дискретных устройств, синтез безопасных систем, синтез самопроверяемых схем, техническая диагностика дискретных систем.

САПОЖНИКОВ Владимир Владимирович, д-р техн. наук, зав. кафедрой «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения. В 1963 г. окончил Ленинградский ин-т инженеров железнодорожного транспорта. Область научных исследований — надежностный синтез дискретных устройств, синтез безопасных систем, синтез самопроверяемых схем, техническая диагностика дискретных систем.

ЕФАНОВ Дмитрий Викторович, канд. техн. наук, доцент кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения, который окончил в 2007 г. Область научных исследований — дискретная математика, надежность и техническая диагностика дискретных систем.