УДК 621.311.1

Г.А. Кравцов, аспирант
Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03163, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4249165, e-mail: Java_Dev@i.ua)

Математические модели интеллектуальных сетей для электроэнергетических систем

Выполнена классификация математических моделей, используемых при моделировании различных процессов в интеллектуальных электроэнергетических сетях. Основным классификационным признаком предлагается считать математический аппарат, положенный в основу математической модели, но при этом ввести в модель классификации понятие парадигмы, определяющее выбор математического аппарата.

Виконано класифікацію математичних моделей, які використовують при моделюванні різних процесів в інтелектуальних електроенергетичних мережах. Основною класифікаційною ознакою пропонується вважати математичний апарат, покладений в основу математичної моделі, але в одночас ввести в модель класифікації поняття парадигми, яке визначає вибір математичного апарату.

Ключевые слова: математическая модель, математический аппарат, классификационный признак, парадигма.

Существует много различных концепций моделирования интеллектуальных электроэнергетических сетей (ИЭЭС) [1—3]. Выделяют ряд концептуальных моделей, которые являются методами максимума энтропии [4, 5]. В работе [6] сделана попытка анализа и систематизации математических моделей SCADA как обобщение ИЭЭС. Однако автор [6] оставил без внимания динамические системы массового обслуживания с нестационарным процессом прироста точек учета, которые сводятся к квазистатистикам в выбранном секторе сети. Следовательно, предложенная в [4—6] классификация — не полная. Например, моделирование нагрузки на оборудование в условиях изменяющейся структуры рынка потребления, если такое изменение представляет собой нестационарный многомерный случайный процесс, являющийся некоторым ограничением на момент времени, согласно материалам открытых публикаций остается не изученным.

Рассмотрим применимость классификации математических моделей [4] при моделировании нагрузок на оборудование ИЭЭС в условиях изменяющейся структуры рынка потребления, если такое изменение представляет собой нестационарный многомерный случайный процесс (табл. 1). Ограничения, указанные в табл. 1, объясняются свойствами моделей. Рассмотрим эти модели.

Проверяющие и контролирующие себя системы защиты [7]. Для таких систем вводится понятие подстанции, основанное на интеллектуальной защите гибридного инспекционного модуля, который является интеллектуальным электронным устройством, контролирует себя и входит в состав подстанции. Инспекционный модуль присоединяется к телекоммуникационной сети, где используются утилиты запуска и управления сетью энергосистем. Дизайн модуля инспекции должен быть таким, чтобы гарантировать перекрытие существующих элементов контроля при увеличении системы. Следует понимать, что философия этого концепта существенно зависит от телекоммуникационной сети, безопасность которой является ключевым фактором.

При моделировании систем защиты, проверяющих и контролирующих себя, обычно используется следующий математический аппарат: методы статистики (МС), теория вероятности (ТВ), экспоненциальные автоматы, основанные на теории графов (ТГ).

Осциллятор Йошико Курамото [8], известный как уравнение Курамото—Сивашинского [9], является нелинейным дифференциальным урав-

Таблица 1

Класс модели	Ограничения
Защищенные системы, проверяющие и контролирующие сами себя	Не отражают структуру потребления, поэтому обладают низкой адекватностью
Осциляторы Курамото	Ограничены амплитудными показателями, изменяющимися в заданных пределах
Эволюционные модели	Не учитывают нестационарность процессов
Сеть случайных предохранителей	Не учитывают надежность совокупности элементов как единого целого
Нейронные сети	Требуют дополнительных ресурсов для обучения
Марковские процессы	Ограничены известными состояниями системы при условии, что поток событий соответствует известному закону распределения

нением в частных производных для функции F, которое может быть представлено в изотропном виде:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\Delta F + \Delta^2 F + \frac{1}{2}(\nabla F)^2.$$

Г.И. Сивашинский пришел к этому уравнению, рассматривая турбулентность огня и неустойчивость его границ, в то время как Й. Курамото вывел его для модели химического осциллятора на основе общих соображений о диссипативных физических системах, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями (ДУ) первого порядка по времени. Обе работы детально рассмотрены в научных публикациях, а полученное уравнение входит в группу классических нелинейных уравнений математической физики, соответствуя цели сохранять систему в балансе и поддерживать фазовую синхронизацию. Различные по форме осцилляторы обеспечивают возможность моделирования различных технологий, типов генераторов энергии, моделей потребления и др.

В первоначальном виде модель Курамото является математической моделью, которая используется для синхронизации и описывает поведение большого числа спаренных осцилляторов. Осциллятор — класс индикаторов технического анализа, характеризуемый стационарным состоянием системы, когда выбранный показатель системы изменяется в пределах «узкого» коридора.

Модель Курамото имеет несколько версий, в том числе о существовании слабой связи, об идентичности генераторов, о синусоидальной зависимости взаимодействия от разности фаз между каждой парой объектов. В наиболее известной версии модели Курамото считается, что каждый из генераторов имеет собственную внутреннюю частоту ω_i и связан со всеми другими генераторами. Самая распространенная модель Курамото описана уравнением

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + \frac{K}{N}\sum_{j=1}^{N} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \ldots, N, \tag{1}$$

где система образована из N ограниченно-циклических осцилляторов; q_i — текущая фаза i-го осциллятора; ω_i— его частота; K — константа связи, $K > 0$. Если в систему добавлен шум, то уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + \zeta_i + \frac{K}{N}\sum_{j=1}^{N} \sin(\theta_j - \theta_i), \tag{2}$$

где ζ_i — флуктуация как функция времени.

Для решения уравнения (1) при $N \to \infty$ вводятся параметры порядка r и φ такие, что

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + Kr \sin(\varphi - \theta_i), \quad re^{i\varphi} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} e^{i\theta_j}, \qquad (3)$$

и уравнение (1) перестает быть полностью связанным, так как теперь параметры порядка регулируют отношения между осцилляторами. Следующие преобразования выполняются посредством изменения системы координат так, чтобы статистическое среднее фаз φ осцилляторов было равно нулю. Тогда (1) принимает вид дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i - Kr \sin(\theta_i).$$

Для моделей Курамото при бесконечном лимите $N \to \infty$ принимается распределение нормализованной внутренней частоты

$$\int_{-\pi}^{\pi} \rho(\theta, \omega, t)\, d\theta = 1.$$

Тогда уравнение непрерывности для плотности осцилляторов имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta}[\rho \vartheta] = 0,$$

где ϑ — скорость дрейфа осцилляторов, получаемая из уравнения (3) при $N \to \infty$,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta}[\rho\omega + \rho Kr \sin(\varphi - \theta_i)] = 0.$$

Все выполненные преобразования можно записать в аналитическом виде для параметров континуума:

$$re^{i\varphi} = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\theta, \omega, t)\, g(\omega)\, d\omega d\theta,$$

где $g(\omega)$ — середнее по ансамблю θ_i. Это позволяет найти решение для модели осцилляторов Курамото в случае частичной синхронизации выходов и некоторого числа полностью синхронизированных осцилляторов в состоянии покоя,

$$\rho = \delta\left(\theta - \varphi - \arcsin\left(\frac{\omega}{Kr}\right)\right),$$

и осцилляторов в состоянии колебания

$$\rho = \frac{\text{нормализованая константа}}{\omega - Kr\sin(\theta - \varphi)}.$$

Как видим, для построения модели Курамото используются теория вероятности и дифференциальные уравнения.

Теория перколяции [10] используется для изучения сетей со случайными предохранителями. В физике и химии перколяцией называется явление протекания либо не протекания жидкостей через пористые материалы, электричества через смесь проводящих и непроводящих частиц и другие подобные процессы. Теория перколяции находит применение при описании различных систем и явлений, в том числе таких, как распространение эпидемий и надежность компьютерных сетей.

Явление перколяции определяется:

средой, в которой наблюдается явление;

внешним источником, обеспечивающим протекание в этой среде;

способом протекания среды, который зависит от внешнего источника.

В качестве простейшего примера рассмотрим модель протекания (например, электрического пробоя) в двумерной квадратной решетке, состоящей из узлов, которые могут быть проводящими или непроводящими. В начальный момент времени все узлы сетки — непроводящие, затем в источнике непроводящие узлы заменяются проводящими, и число проводящих узлов постепенно увеличивается. При этом выбор узла для замещения является случайным равновероятно для всей поверхности решетки.

Перколяцией называют момент появления такого состояния решетки, при котором существует хотя бы один непрерывный путь до противоположного края через соседние проводящие узлы. Очевидно, что с увеличением числа проводящих узлов этот момент наступит раньше, чем вся поверхность решетки будет состоять исключительно из проводящих узлов.

Концепт сети со случайными предохранителями целесообразно использовать для прогноза перегорания предохранителей и диодов в сети. Использование компьютерного (математического) моделирования позволяет предотвратить перегрузки в сети. В основу концепта случайных предохранителей положены понятия теории перколяции, а именно решетки модели — задачи узлов и задачи связей. Решетки модели представляют интерес, в первую очередь, с теоретической точки зрения — для них доказан ряд строгих утверждений и соотношений. В настоящее время процессы протекания на решетках изучены достаточно глубоко. Эти задачи имеют практическую ценность, так как с помощью простой модели можно описать фазовые переходы, процесс распространения эпидемии и другие лавинные процессы, в частности выход из строя оборудования.

Кластер в теории перколяции — это цепочка связанных объектов. Кластер, объединяющий противоположные стороны системы, называется перколяционным, бесконечным, стягивающим или соединительным. Считается, что вблизи точки фазового перехода основные величины, характеризующие систему, являются неаналитическими. Предполагается, что произвольная функция $f(x)$ вблизи точки x_0 может быть представлена в виде ряда

$$f(x)=f_0+f_1(x-x_0)+f_2(x-x_0)^2+f_3(x-x_0)^{1,3}+f_4(x-x_0)^{1,5},$$

где $f_0+f_1(x-x_0)+f_2(x-x_0)^2$ — аналитическая часть, а $f_3(x-x_0)^{1,3}+$ $+f_4(x-x_0)^{1,5}$— неаналитическая часть. Ведущее слагаемое неаналитической части $f_3(x-x_0)^{1,3}$называется критической, или сингулярной частью, что в данном случае означает функцию $\operatorname{sing} f(x)=[f(x)]_{\text{sing}}=$ $=\hat{s}_x f(x)\,\alpha\, f_3(x-x_0)^{1,3}$, которая сама, или ее производная, вращаются в бесконечность в какой-либо точке.

Перколяция является разделом двух фаз: в одной фазе имеются конечные кластеры, в другой — один бесконечный кластер. В перколяции концентрация занятых узлов играет такую же роль, как температура в температурных фазовых переходах. Вероятность того, что узел принадлежит бесконечному кластеру, аналогична параметру порядка в теории температурных фазовых переходов.

Многие важные характеристики кластера (длина корреляции, среднее число узлов) вблизи перехода описываются экспоненциальной функцией с различными критическими показателями, не зависящими от вида решетки и типа перколяции, а зависящими только от размерности пространства задачи (табл. 2). Критические показатели связаны между собой соотношениями, которые верны в силу масштабной инвариантности, или скейлинга, т.е. неизменности уравнений при изменении всех расстояний одинаковое число раз. Классификация математических моделей, представленная в табл. 2, свидетельствует о том, что нейронные сети по классификационным признакам и в соответствии с парадигмой составляют с осцилляторами Курамото один класс математических моделей.

Теория перколяции тесно связана с математикой фракталов, поэтому можно сделать вывод о том, что для моделей теории перколяции используются: теория вероятности, теория графов, математика фракталов.

Для управления сетью энергоснабжения часто используют нейронные сети [11—18], интерес к которым обусловлен желанием понять принципы работы нервной системы и надеждой на то, что с помощью нейронных сетей удастся приблизиться к такой эффективности процессов обработки информации, которой обладают животные и человек.

Таблица 2

Класс модели	Парадигма	Математический аппарат					Применение при моделировании
		Системы ДУ	ТГ	ТВ и МС		МП	
				Одно-мерная	Много-мерная		
Защищенные системы, контролирующие сами себя	Экспоненциальный автомат	Не используется	Используется	Используется	Не используется	Не используется	Системы с автоматическим запуском и остановкой
Осцилляторы Курамото	Фазовый осциллятор	Используется	Не используется	То же	" "	" "	Генераторы энергии, процессы потребления и др.
Эволюционные	Генетический алгоритм	"	Используется	" "	" "	" "	Развитие интеллектуальных сетей
Сеть случайных предохранителей	Перколяция	Не используется	"	" "	" "	" "	Надежность
Нейронные сети	Фазовый осциллятор	Используется	Не используется	" "	" "	" "	Управление сетью энергоснабжения
Марковские процессы	Марковский процесс	"	" "	" "	" "	Используется	Энергосистемы на основе использования энергии ветра и СМО
Нестационарные многомерные случайные поля в процессе эволюции	Нестационарное многомерное случайное поле	"	Используется	" "	Используется	" "	ИЭЭС для оценки предельных технических параметров

В теории нейронных сетей существует более десяти различных направлений (парадигм) решения тех или иных теоретических и прикладных задач. Особым направлением является изучение работы осцилляторных нейронных сетей (ОНС) [13], используемых для моделирования ИЭЭС. Осциллятор — это множество совместно функционирующих элементов (нейронов или нейронных ансамблей), способных работать в колебательном режиме. При математическом моделировании удобно представлять ОНС в виде отдельных, взаимодействующих между собой, осцилляторов.

Отличительной особенностью некоторых осцилляторов является наличие в их структуре возбуждающих и тормозных нейронов (нейронных популяций), различных по характеру воздействия: возбуждающие нейроны увеличивают, а тормозные уменьшают активность других элементов сети. Такие осцилляторы будем называть нейронными.

Осциллятор описывается системой дифференциальных (или разностных) уравнений, иногда со случайным шумом. Таких уравнений может быть много (несколько десятков или сотен) в случае детального учета специфики биологических нейронов. Если изучение проводится на уровне нейронных популяций, то рассматриваются обычно два—пять уравнений, описывающих усредненную по ансамблю динамику каждой популяции. В случае фазового осциллятора рассматривается только одна переменная — фаза колебаний.

В зависимости от архитектуры связей между осцилляторами рассматривают ОНС двух типов: полносвязные сети осцилляторов и сети с локальными связями. В первом случае каждый из осцилляторов связан со всеми другими осцилляторами, во втором — каждый осциллятор связан только с осцилляторами из своего окружения фиксированного радиуса. Иногда учитываются временные задержки в связях. Осцилляторные нейронные сети общего вида со слабыми связями сводятся к сети фазовых осцилляторов, в частности осцилляторов Курамото (1).

В общем виде осциллятор описывается системой m автономных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial x}{\partial t} = F(x), \;\; x \in R^m. \tag{4}$$

Предположим, что в фазовом пространстве осциллятора существует асимптотически устойчивый лимитный цикл с периодом $2p/w$. Тогда в малой окрестности можно выбрать новые координаты (q, y). При этом q — фаза движения по циклу, а y и R^{m-1} — координаты нормального сечения (на лимитном цикле $y = 0$). В новых координатах уравнение (4) имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega, \;\; \frac{\partial y}{\partial t} = \alpha(\omega)\, y + O(\| y \|^2).$$

Предположим, что осцилляторы в ОНС соединены слабыми связями порядка ε:

$$\frac{\partial x_k}{\partial t} = F_k(x_k) + \varepsilon G_k(x_1, ..., x_N), \quad x \in R^m, \ k = 1, ..., N.$$

В случае парных и аддитивных связей между осцилляторами эти уравнения примут следующий вид:

$$\frac{\partial x_k}{\partial t} = F_k + \varepsilon \sum_j G_{kj}(x_k, x_j), \quad x \in R^m, \quad k = 1, ..., N.$$

При $\varepsilon = 0$ в результате прямого произведения лимитных циклов получаем N-мерный инвариантный тор (начальная фаза q^0 на каждом лимитном цикле может быть выбрана произвольно), который сохраняется при значениях $\varepsilon > 0$ (чем сильнее тяготение к лимитным циклам отдельных осцилляторов, тем большие величины связи ε допустимы [11—18]). В этом случае уравнение для фазы k-го осциллятора ОНС на инвариантном торе имеет вид

$$\frac{\partial x_k}{\partial t} = \omega_k \varepsilon \sum_j H_{kj}(\theta_k, \theta_j), \ k = 1, ..., N, \tag{5}$$

где $2p$ — периодические функции H_{kj}, получаемые в результате применения метода усреднения и зависящие от типа осциллятора (вектор-функции $F_k(x)$), а также от архитектуры и типа связей (вектор-функции $G_{kj}(x)$). Уравнения (5) обычно рассматриваются без допущения о малости. Тогда динамика сети вида (5) постулируется. Осцилляторы, удовлетворяющие уравнению (5), принято считать фазовыми. Обычная форма записи специального вида функций H_{kj} для ОНС: $H_{kj}(q_k, q_j) = \sin(q_j - q_k)$.

На практике рассмотрение полносвязных ОНС сводится к рассмотрению осцилляторов Курамото (1) при различных собственных частотах ω_i. Уравнение (1) при условии, что осцилляторы нашли свое место на отрезке [0, 1], и при переходе к пределу $N \to \infty$ имеет вид

$$\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \omega(x) + \alpha \int_0^1 \sin(\theta(x', t) - \theta(x,t))\, \partial x'.$$

Для ОНС с локальными связями считается, что осцилляторы размещены в узлах d-мерной решетки (d = 1, 2, 3, ...) и каждый осциллятор имеет связи с осцилляторами из своего окружения фиксированного радиуса (обычно это связи с $2d$ ближайшими соседями). При $d = 1$ сеть называется цепочкой осцилляторов.

Работы, посвященные ОНС с локальными связями, разделяют на две группы [13]. К первой группе относятся сети со слабыми связями, в которых осцилляторы образуют цепочку или кольцо, ко второй группе — сети с сильными связями и произвольным размером сети. И те и другие исследования сводятся к изучению сетей с фазовыми осцилляторами (модели Курамото) [8]. Как видим, для моделей ОНС используется такой математический аппарат: теория вероятности, дифференциальные уравнения.

Марковские процессы используют преимущественно для моделирования энергосистем, в которых генерация происходит за счет энергии ветра [19]. Целью исследования теории массового обслуживания [20—22] является установление зависимости между характером потока заказов, производительностью отдельного канала обслуживания (совокупность всех технических устройств, необходимых для обслуживания одного заказа), числом каналов и эффективностью обслуживания. В зависимости от условий задачи и цели исследования характеристиками эффективности обслуживания считают: средний процент заказов, которые будут обслужены (относительная пропускная способность системы); среднее время простоя отдельных каналов и системы в целом; среднее время полной загрузки системы; среднее время неполной загрузки системы; среднее время пребывания заказа в системе; среднее число заказов, находящихся в очереди, и др.

Численные расчеты, проведенные при решении задач теории массового обслуживания, свидетельствуют о том, что удовлетворительное по точности решение можно получить, предположив, что все потоки, действующие на систему, — пуассоновские, т.е. процесс функционирования системы является непрерывным марковским случайным процессом. Случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называют марковским, если для любого момента времени t условные вероятности всех состояний системы в будущем ($t>0$) зависят только от того, в каком состоянии находилась она в фиксированный момент времени $t=t_i$, и не зависят от того, когда и как система оказалась в этом состоянии.

Теорию марковских процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем применяют к системам, в которых могут происходить переходы из одного состояния в другое под воздействием внешних случайных возмущений, полагаемых пуассоновскими. Для пуассоновского потока вероятность появления случайного события k раз в течение промежутка времени t вычисляется по формуле

$$p_k(t)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t},$$

где λ — интенсивность потока. Математическая модель марковского процесса сводиться к системе

$$p_0(t+\Delta t)=p_0(t)(1-\Delta t+\alpha_0(\Delta t)),$$

$$p_k(t+\Delta t)=p_k(t)(1-\Delta t+\alpha_0(\Delta t))+p_{k-1}(t)(\lambda\Delta t+\alpha_1(\Delta t))+\alpha_k(\Delta t),$$

которая легко сводится к системе ДУ

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda\, p_0(t)\,,$$
$$\frac{dp_k(t)}{dt} = -\lambda p_k(t) + \lambda p_{k-1}(t)\,,\ \ k \geq 1\,. \tag{6}$$

Система (6), называемая системой дифференциально-разностных уравнений, удовлетворяет уравнению Колмогорова—Чепмена.

При рассмотрении однородных марковских случайных процессов в R^n, для которых оператор переходных вероятностей $P(t)$ задан переходной плотностью $p(t,x,y)$, вероятность перехода из области U в область W за время t определяется в виде $\int\limits_U dx \int\limits_W dy p(t,x,y)$. Уравнение Колмогорова—Чепмена для плотностей имеет вид

$$p(t+s,x,y) = \int\limits_{R^n} p(t,x,z)\, p(s,z,y)\, dz.$$

При $t>0$, $t \to 0$ переходная плотность $p(t,x,y)$ приближается к δ-функции Дирака (при слабом лимите обобщенных функций): $\lim\limits_{t\to 0} p(t,x,y) = \delta(x-y)$. В этом случае $\lim\limits_{t\to 0} P(t) = 1$. С помощью оператора Q, действующего на функцию $f(x) \in R^n$,

$$(Qf)(x) = \int\limits_{R^n} q(x,y)\, f(y)\, dy,$$

прямое уравнение Колмогорова принимает вид

$$\frac{\partial p(t,x,y)}{\partial t} = \int\limits_{R^n} p(t,x,z)\, q(z,y)\, dz,$$

а обратное уравнение Колмогорова —

$$\frac{\partial p(t,x,y)}{\partial t} = \int\limits_{R^n} q(z,y)\, p(t,z,y)\, dz\,.$$

Рассматривая применение систем массового обслуживания (СМО) для ИЭЭС, необходимо учитывать вероятную многоканальность СМО [21]. Теория массового обслуживания может быть применена к моделированию процессов технического сопровождения и обслуживания ИЭЭС. Для моделей СМО используют такой математический аппарат: теория вероятности, дифференциальные уравнения, системы дифференциальных уравнений.

В задаче моделирования информационных систем, где функция эффективности является целевой, используют эволюционные модели [23, 24]. В теории эволюционного моделирования используется понятие «элитизм», определяемое как операция, обеспечивающая выживание типа экземпляров с лучшей целевой функцией эффективности. Это позволяет не потерять лучшие решения в процессе эволюции. С точки зрения исследователей [23], важным является сходство экземпляров в популяции и, главное, — связь этого сходства с эффективностью.

Алгоритмы эволюции имеют три особенности:

1) каждая новая популяция состоит только из жизнеспособных экземпляров;

2) каждая новая популяция лучше (относительно целевой функции), чем предыдущая;

3) в процессе эволюции следующая популяция зависит только от предыдущей. В литературе по эволюционному моделированию чаще используют термин «хромосома», чем «тип экземпляра». Для технических систем понятия «хромосома» и «тип экземпляра» аналогичны понятию «граф системы».

Для количественной оценки «шаблонов» экземпляров введены две характеристики: порядок шаблона (графа) — $o(H)$ и определенная длина шаблона (графа) — $\delta(H)$. Порядок шаблона — число закрепленных позиций (в двоичном алфавите это число нулей и единиц в шаблоне). Например, шаблон $H(0*****)$ имеет порядок, равный единице ($O(H)=1$). Определенная длина шаблона — это расстояние между первой и последней позициями нулей или единиц. Например, для схемы $H(0\ 1\ 1*1**)$ получаем $\delta(H)=5-1=4$, а для схемы $H(0*****)$ — $\delta(H)=1-1=0$.

В теории генетических алгоритмов определен оператор рекомбинации *OR* как функция, описывающая построение нового поколения из родителей и потомков. При выполнении оператора рекомбинации шаблоны копируются пропорционально их целевой функции, т.е. некоторый шаблон будет выбран для следующей популяции с вероятностью

$$P_i(\mathrm{O}R)=f_i(x)\left(\sum_{i=1}^{N_p} f_i(x)\right)^{-1}.$$

Предположим, что шаблон H присутствует в популяции P^t (популяция P после реализации t генераций эволюционного алгоритма) и $m(H,t)$ — число типов экземпляров популяции P^t, которые являются элементами шаблона H. После получения набора непересекающихся популяций размером N_p и перемещения части типов экземпляров из популяции P^t (в данном случае t — номер поколения или условный параметр времени) можно ожидать, что будет получено $m(H, t+1)$ представителей шаблона H в популяции P^{t+1}. Тогда

$$m(H, t+1) = m(H, t) N_p f_i(H) \left(\sum_{i=1}^{N_p} f_i(x) \right)^{-1},$$

где $f_i(H)$ — средняя целевая функция типов, представленных схемой H в генерации t. Если целевая функция для всей популяции имеет вид

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} f_i(x),$$

то можно записать

$$m(H, t+1) = \frac{m(H, t) N_p f_i(H)}{\bar{f}(x)}. \tag{7}$$

Из выражения (7) видно, что целевая функция определенного шаблона изменяется как отношение средней целевой функции шаблона к предшествующему значению целевой функции популяции.

В работе [23] рассмотрено влияние модифицированных операторов мутации OM на возможность выживания хромосомы с лучшей целевой функцией в следующих поколениях. Выживание одиночной позиции имеет вероятность $1-P(OM)$, где $P(OM)$ — вероятность мутации. Шаблон H выживает, когда каждая из закрепленных за ним позиций выживает. При возведении $1-P(OM)$ в степень $o(H)$ вероятность выживания составит $(1-P(OM))^{o(H)}$. При $P(OM) << 1$ вероятность выживания шаблона может быть аппроксимирована выражением $P_3(s) = 1 - o(H) \beta P(OM)$, где β — коэффициент, определяющий применение модифицированных операторов мутации $\beta \approx [1, 3]$. В этом случае произвольный шаблон H получает ожидаемое число копий в следующей генерации после модифицированных операторов рекомбинации, кроссинговера и мутации:

$$m(H, t+1) > \frac{m(H, t) f(H)(L - 1 - \alpha P(OK) \delta(H))}{\bar{f}(x)(L-1)} - o(H) \beta P(OM), \tag{8}$$

где OK — оператор кроссинговера, называемый также кроссовером, моделирующий процесс скрещивания особей. Выражение (8) является модифицированной фундаментальной теоремой генетических алгоритмов [23]. Таким образом, для построения эволюционных моделей используют теорию вероятности, теорию графов, математическое программирование (МП).

Проведенный анализ концепций моделирования ИЭЭС позволил классифицировать подходы к математическому моделированию. Однако при этом не учитывались возможности моделирования с помощью нестационарных многомерных случайных полей, описывающих систему ограничений внедрения инноваций на скалярном случайном поле.

В результате анализа литературных источников установлено, что осцилляторные нейронные сети при моделировании сводятся к уравнениям Курамото—Сивашинского (1), (2), в связи с чем потребовалось ввести в систему классификации математических моделей показатель «парадигма», который определяет основную идею, положенную в основу математической модели.

Выводы

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что предлагаемое решение обеспечивает единый подход к моделированию ИЭЭС, лишенный указанных недостатков.

The author proposes a new classification of mathematical models used in modeling of different processes in the Smart Grid. The mathematical apparatus of the model has been shown as the basic classification feature. However, as it is shown, the use of only mathematical apparatus as the classification feature has some disadvantages. It is required to involve a new classification parameter such as paradigm to determine the choice of the mathematical apparatus.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Johnson A.P.* The history of the Smart Grid evolution at Sourthern California Edison. Innovative Smart Grid Technologies (ISGT)// Conf. Publications.— Gaithersburg, MD. — 2010. — P. 1—3.
2. *Massoud S. Amin, Wollenberg B.F.* Toward a Smart Grid// IEEE P&E Magazine.— 2005. — 3 (5). — P. 34—41.
3. *Стогній Б.С., Кириленко О.В., Денисюк С.П.* Інтелектуальні електричні мережі елктроенергетичних систем та їхнє технологічне забезпечення //Технічна електродинамика. — 2010. — № 6. — Режим доступу: http://techned.org.ua/article/10-6/st7.pdf .
4. *Кравцов Г.О.* Моделювання інтелектуальних енергетичних систем // Тези доп. Міждержавної науково-методичної конф. «Проблеми математичного моделювання». 5—7 червня 2013 р. — Дніпродзержинськ : «ДДТУ». — С. 52—53.
5. *Gjorgjieva B.J., Rieke F., Shea-Brown E.* When are feedforward microcircuits well-modeled by maximum entropy methods? — 2010. — Режим доступа: http://arxiv.org/pdf/1011.2797v3.pdf.
6. *Sommerstad T.* A framework and theory for cyber security assessment // Submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. — Stockholm: Royal Institute of Technology, 2012. — 42 p.
7. *Pelqim Spahiu, Evans Ian R.* Protection Systems that verify and supervise themselves // IEEE ISGT Innovative Smart Grid Technologies Europe. — 2011. — Режим доступа: http://www.ieee-isgt-2011.eu/wordpress/wp-content/uploads/2012/01/ID9_Self-Healing-Grids_Protection_Systems1.pdf.

8. *Filatrella G., Nielsen A.H., Pedersen N.F.* Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model. — Режим доступа: http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0705/0705.1305.pdf.
9. *Уравнение* Курамото—Сивашинского. — Режим доступа: http://www.d-dm.ru/kse/common/.
10. *Тарасевич Ю.Ю.* Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. — М. : Едиториал УРСС, 2002. —112 с.
11. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс. 2-е изд., исп.: Пер. с англ. — М. : ООО «И.Д. Вильямс», 2006. — 1104 с.
12. *Werbos P.J.* Using Adaptive Dynamic Programming to Understand and Replicate Brain Intelligence: the Next Level Design. — 2006. — Режим доступа: http://arxiv.org/ftp/q-bio/papers/0612/0612045.pdf.
13. *Борисюк Г.Н. и др.* Осцилляторные нейронные сети. Математические результаты и приложения //Математическое моделирование. — 1992. — **4,** № 1. — Режим доступа: http://masters.donntu.edu.ua/2001/fvti/kuznetsov/diss/lib/neuroosc/index.htm.
14. *Введенов А.А., Ежов А.А., Книжникова Л.А. и др.* Нелинейные системы с памятью и моделирование функций нейронных ансамблей // Интеллектуальные процессы и их моделирование. — М. : Наука, 1987. — Режим доступа: http://masters.donntu.edu.ua/2001/fvti/kuznetsov/diss/lib/neuroans/index.htm.
15. *Губерман Ш.А.* О соотношении восприятия и мышления в задачах искусственного интеллекта // Интеллектуальные процессы и их моделирование. — М. : Наука, 1987. — Режим доступа: http://masters.donntu.edu.ua/2001/fvti/kuznetsov/diss/lib/aiconcep/index.htm.
16. *Вайнцвайг М.Н., Полякова М.П.* Механизм мышления и моделирование его работы в реальном времени // Там же. — М. : Наука, 1987. — Режим доступа: http://masters.donntu.edu.ua/2001/fvti/kuznetsov/diss/lib/brainmdl/index.htm.
17. *Андрюхин А.И., Недбайло С.В.* Моделирование процессов в сетевых структурах//Искусственный интеллект. — 2000, № 1. — Режим доступа: http://masters.donntu.edu.ua/2001/fvti/kuznetsov/diss/lib/netmodel/index.htm.
18. *Андрюхин А.И., Кузнецов А.В.* Булевы модели самодиагностирования дискретных систем — Режим доступа: http://masters.donntu.edu.ua/2001/fvti/kuznetsov/diss/lib/introspe/index.htm.
19. *He M., Murugesan S., Zhang J.* Multiple Timescale Dispatch and Scheduling for Stochastic Reliability in Smart Grids with Wind Generation Integration. — 2010. — Режим доступа: http://arxiv.org/pdf/1008.3932v2.pdf.
20. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. — М. : «Сов. радио», 1972. — 552 с.
21. *Масліков С.А., Дюжаєв Л.П.* Математична модель багатоканальної системи масового обслуговування //Вісн. Нац. техн. ун-ту України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування». — 2009. — № 38. — С. 95—97.
22. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания. — М. : «Машиностроение», 1990. — 432 с.
23. *Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М.* Теория и практика эволюционного моделирования. — М. : Физматлит, 2003. — 432 с.
24. *Снитюк В.Е.* Эволюционное моделирование и программирование жизненного цикла технических систем в детерминированных условиях// Искусственный интеллект. — 2006. — № 4. — С. 10—15.

Поступила 01.07.13;
после доработки 19.07.13

КРАВЦОВ Григорий Алексеевич, аспирант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2000 г. окончил Севастопольский военно-морской ин-т им. П.С. Нахимова. Область научных исследований — защита информации (криптография), математическое моделирование, искусственный интеллект.