УДК 519.6:504.064

Р.В. Криваковская, аспирант,
В.А. Артемчук, канд. техн. наук,
Ин-т проблем моделирования в энергетике
им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (068) 4057959, e-mail: deyatinor@ua.fm)

Исследование влияния погрешностей отдельных факторов на погрешность моделирования распространения примесей в приземном слое атмосферы

Получены аналитические выражения для вычисления относительной погрешности результатов моделирования распространения примесей в приземном слое атмосферы в зависимости от относительной погрешности входных параметров при использовании статистических модификаций модели МАГАТЭ и *k*-модели Робертса. Приведены результаты численных экспериментов оценки влияния относительной погрешности входных данных при ее изменении для одного из факторов.

Отримано аналітичні вирази для обчислення відносної похибки результатів моделювання розповсюдження домішок в приземному шарі атмосфери в залежності від відносної похибки вхідних параметрів при використанні статистичних модифікацій моделі МАГАТЕ і *k*-моделі Робертса. Наведено результати числових експериментів оцінки впливу відносної похибки вхідних даних при її зміні для одного з факторів.

Ключевые слова: математическое моделирование, относительная погрешность.

Оценка погрешности моделирования при некачественных входных данных очень важна, так как результаты моделирования используются в системах принятия решения в качестве входных данных для оптимизации, идентификации сценария и при решении других задач.

При исследованиях качества воздуха в определенной области используются различные математические модели, анализ достоверности которых должен быть сделан прежде, чем они будут включены в состав эколого-информационных систем или в состав систем поддержки принятия решения или проектирования сетей мониторинга в зависимости от особенностей данных на каждой конкретной территории.

Анализ литературы. Из ряда известных моделей для разработки информационно-моделирующей системы оценки состояния воздуха предлагается использовать статистические модификации моделей МАГАТЭ и *k*-модели Робертса, описанные в [1] и реализованные в составе системы AISEEM [2]. Выбор этих моделей объясняется тем, что они позволяют проводить моделирование при имеющихся данных. Поскольку измерения входных параметров модели могут быть выполнены с погрешностями, для оценки достоверности погрешности формулы необходимо учитывать влияние этих погрешностей на погрешность результата.

В работах [1, 3, 4] приведены условия целесообразности использования моделей МАГАТЭ и *k*-модели Робертса, а в работе [3] определены следующие ограничения для модели МАГАТЭ:

1. Использование на расстояниях до 10 км от источника (в зависимости от сложности рельефа).

2. Стационарность метеорологических условий в период распространения выброса.

3. Горизонтальная однородность подстилающей поверхности.

4. Горизонтальная однородность метеорологических условий в пределах расчетной области.

5. Стационарность источника выброса. Гауссова модель является моделью стационарной струи и применима для моделирования длительного (непрерывного) выброса постоянной мощности, выброса конечного времени действия или кратковременного («мгновенного») выброса. В последнем случае с помощью модели определяется не концентрация вещества в воздухе, а интегральная по времени выброса концентрация. Целью использования статистических модификаций моделей является получение средних концентраций (можно считать выполненным).

Являясь полуэмпирической, модель Робертса позволяет определять качественные процессы в атмосфере, но результаты, получаемые с ее помощью, являются завышенными и их можно использовать для низких точечных источников (труб) при коротком времени отбора примесей [4].

В [1] предложено идентифицировать модель с помощью уточнения коэффициентов, и после уточнения проводить исследования по достоверности. Там же утверждается, что статистические модификации моделей МАГАТЭ и *k*-модели Робертса являются адекватными для вычисления среднемесячных концентраций загрязняющих веществ в атмосфере. Поэтому возможная ограниченная наблюдаемость параметров не нарушает ограничения моделей.

Следует заметить, что в случае выполнения указанных ограничений неточность входных данных может существенно влиять на точность моделирования. В работе [3] получены величины погрешностей модели при известных величинах погрешностей некоторых входных данных, а именно метеорологических параметров (табл. 1), однако метод, с помощью которого получены результаты, авторами не указан, а также не описаны исследования зависимости изменения величин погрешностей при изменении входных параметров. Полученные интервальные оценки погрешностей являются очень широкими, и поэтому их сложно использовать в практической работе. Результатов таких исследований относительно k-модели Робертса в литературных источниках не обнаружено.

Поэтому представляется актуальным проведение исследований указанных математических моделей для определения зависимости изменения величин погрешностей при изменении погрешности входных параметров с получением результатов в виде аналитических выражений. Исследования, связанные с получением аналитических выражений для погрешностей статистических модификаций моделей, ранее не проводились.

Постановка задачи и выбор метода ее решения. Для решения задачи определения выражения погрешности моделирования при известной погрешности входных параметров модели воспользуемся алгебраическим методом, предложенным в [5]. Сущность метода заключается в том, что функцию, для которой определяется погрешность, записывают в виде комбинации элементарных функций. Для вычисления функции погрешности пошагово находят погрешности элементарных функций и, наконец — погрешность всей функции. Выражения для относительных погрешностей некоторых элементарных функций [5] приведены в табл. 2.

Преимуществом алгебраического метода является его простота. Применим этот метод для получения выражения погрешностей статистических модификаций модели МАГАТЭ и k-модели Робертса [1].

Таблица 1. **Погрешности в результатах расчетов по гауссовой модели, определяемые погрешностями оценок метеорологических параметров**

Параметр	Погрешность измерения	Погрешность вычисления концентрации, %
Скорость ветра, м/с	0,5	10—25
Направление ветра, град	5	50—400
Категория устойчивости	±1	~50
Интенсивность осадков, мм/с	0,25	—
Высота слоя перемешивания		10—100

Решение задачи. ***Вычисление относительной погрешности для статистической модификации модели МАГАТЭ.*** Аналитическое выражение для средней концентрации загрязняющего вещества при использовании статистической модификации модели МАГАТЭ имеет вид

$$C_{\text{ср}} = C_M(x, y) =$$

$$= \frac{Q}{\pi}\left(\sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji}\sigma_{y_i}\sigma_{z_i}} \exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_i}^2} \right] \exp\left[-\frac{H_{\text{эф}}^2}{2\sigma_{z_i}^2} \right] \exp\left[-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji}} \right] + \right.$$

$$+ P_{\text{ш}} \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji(H_{\text{эф}}-L)}\sigma_{y_i}\sigma_{z_i}} \exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_i}^2} \right] \times$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{(H_{\text{эф}j} - L)^2}{2\sigma_{z_i}^2} \right] \exp\left[-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji(H_{\text{эф}}-L)}} \right] \right). \qquad (1)$$

Здесь Q — мощность выбросов (г/с); p_{ji} — вероятность i-го состояния атмосферы при j-й скорости ветра, вычисляется с помощью рисунка [2, с. 82]; P_{mj} — вероятность m-го направления ветра при j-й скорости ветра, вычисляется как произведение вероятности скорости ветра и его направления P_m; $P_{\text{ш}}$ — вероятность штиля; u_{ji} — скорость ветра на эфективной высоте

Таблица 2. **Погрешности элементарных функций**

Функция	Значение относительной погрешности
x/y	$\frac{\delta x - \delta y}{1 + \delta y}$
$\prod_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} C_n^i (\delta x_1, \delta x_2, ..., \delta x_n)$, где C_n^i — число произведений относительных погрешностей
$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{i0}}{F_0} \delta x_i$, где F_0 — значение функции при номинальных значениях аргументов
x^n	$\sum_{i=1}^{n} C_n^i (\delta x)^i$
$+a\,x$	δx
$\sqrt[n]{x}$	$\sqrt[n]{1 + \delta x - 1}$
a^x	$\overline{F}_0^{\,\delta x} - 1$, $\overline{F} = a^{x0}$, $x_0 = \overline{x}$

$H_{эф}$ подъема факела выбросов при скорости ветра на высоте флюгера u_j (м/с) для i-го состояния атмосферы, вычисляется по формуле Ирвина [2] $u(z) = u(10)(z/10)^p$, где $u(10)$ — скорость ветра на высоте флюгера 10 м; p — коэффициент, рассчитываемый по таблице в зависимости от состояния атмосферы и параметра шероховатости z_0, который для условий города предлагается принять $z_0 = 3$ [1]; $u_{ji}(H_{эф} - L)$ — скорость ветра на высоте флюгера без учета высоты штилевого слоя; σ_{y_i} и σ_{z_i} — горизонтальная и вертикальная дисперсии i-й стратификации атмосферы; $x_m(x, y, \varphi_m) = x\cos\varphi_m + y\sin\varphi_m$, $y_m(x, y, \varphi_m) = -x\sin\varphi_m + y\cos\varphi_m$ — формулы перехода к другой системе координат, связанного с поворотом направления распространения загрязняющих веществ (ЗВ) на угол φ_m относительно восточного направления; L — высота штилевого слоя (м); $H_{эфj}$ — эффективная высота подъема факела выбросов при j-й скорости ветра (м), вычисляется по формуле $H_{эфj} = H + \Delta H$, где H — высота трубы;

$$\Delta H = \frac{1{,}5 W_0 R_0}{u}\left(2{,}5 + \frac{3{,}3\, g\, R_0 \Delta T}{T_n u^2}\right);$$

W_0 — средняя скорость выхода ЗВ из дымовой трубы (м/с); R_0 — радиус устья трубы (м); u — скорость ветра на высоте флюгера при $H_{эф} = 10$ м (м/с); ΔT — перегрев газов; T_n — температура окружающего воздуха по абсолютной шкале; $g = 9{,}8$ м/с^2 — ускорение свободного падения; α — коэффициент, вычисляемый по формуле

$$\alpha = \begin{cases} I^{0,9} e^{-2I}, & I \le 0{,}2, \\ (I - 0{,}1)^{0,575}, & I > 0{,}2. \end{cases} \qquad (2)$$

В формуле (1) переменными являются $p_{ji}, P_{mj}, u_j, x_m, y_m, Q, \alpha, I$, а константами — $H_{эф}, \sigma_{y_i}, \sigma_{z_i}$. Будем анализировать формулу (1) по частям. Выполним замену переменных $C_{ср} = QA$:

$$A = \frac{1}{\pi}\left(\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}} \exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right] \exp\left[-\frac{H_{эфj}^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right] \exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right] + \right.$$

$$+ P_{ш} \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji(H_{эф}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}} \exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right] \times$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{(H_{эфj} - L)^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right] \exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji(H_{эф}-L)}}\right] \right).$$

Введем обозначение $A = A_1 + A_2$. Запишем A_1 в виде

$$A_1 = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}} \exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right] \exp\left[-\frac{H_{эфj}^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right] \exp\left[-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji}}\right] =$$

$$= \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} G_1 e^{(B+C+D)} .$$

Введем следующие параметры:

$$G_1 = \frac{1}{\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}} \frac{p_{ji}}{u_{ji}}; \quad E_1 = B + C + D\,;\; B = -\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\,;\; C = -\frac{H_{эфj}^2}{2\sigma_{z_1}^2}\,;\; D = -\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji}} .$$

Тогда запишем

$$A_1 = \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} G_1 e^{E_1} = \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} A_{e1} =$$

$$= \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj} G_a = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} G_{e1} = \sum_{m=1}^{n} A_{s1},$$

где $A_{e1} = G_1 e^{(B+C+D)} = G_1 e^{E_1}$; $\quad G_a = \sum_{i=1}^{6} A_{e1}$; $G_{e1} = P_{mj} G_a$; $A_{s1} = \sum_{j=1}^{k} G_{e1}$.

Запишем

$$A_2 = P_ш \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji(H_{эф}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}} \exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{(H_{эфj}-L)^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right] \exp\left[-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji(H_{эф}-L)}}\right] =$$

$$= P_s \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{u_{ji(H_{эф}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}} e^{(B+E+F)} = P_ш \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} G_2 e^{(B+E+F)}$$

и введем параметры

$$G_2 = p_{ji} \frac{1}{u_{ji(H_{эф}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}; \; E = -\frac{(H_{эфj}-L)^2}{2\sigma_{z_1}^2}\,;\; F = -\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji(H_{эф}-L)}} .$$

Учитывая, что для функции $f(x)=ax\delta f=\Delta f(x)/f(x)=a\Delta x/ax=$ $=\Delta x/x=\delta x$, в выражениях для G_1, G_2 можно исключить константы $\sigma_{z_1}, \sigma_{z_2}$. Также можно исключить константы $2\sigma_{z_2}$ при вычислении δC и δE (но не при вычислении значения экспоненциальной функции). Тогда получим следующие выражения для погрешностей:

$$\delta u_{ji}=\delta u;\;\; \delta P_{ji}=\delta P_i+\delta u+\delta P_i\delta u;$$

$$\delta H_{\text{эф}}=\frac{1}{H_0+\Delta H_0}(H_0\delta H+\Delta H_0\delta(\Delta H));$$

$$\delta(\Delta H)=\frac{\delta W_0+\delta R_0+\delta W_0\delta R_0-\delta u}{1+\delta u}+$$

$$+\frac{\delta R_0+\delta(\Delta T)+\delta R_0\delta(\Delta T)+\delta T_n+2\delta u+\delta^2 u+\delta T_n(2\delta u+\delta^2 u)}{1+\delta T_n+2\delta u+\delta^2 u+\delta T_n(2\delta u+\delta^2 u)}+$$

$$+\frac{\delta W_0+\delta R_0+\delta W_0\delta R_0-\delta u}{1+\delta u}\times$$

$$\times\frac{\delta R_0+\delta(\Delta T)+\delta R_0\delta(\Delta T)+\delta T_n+2\delta u+\delta^2 u+\delta T_n(2\delta u+\delta^2 u)}{1+\delta T_n+2\delta u+\delta^2 u+\delta T_n(2\delta u+\delta^2 u)};$$

$$\delta A=\frac{1}{(A_{10}+A_{20})}(A_{10}\delta A_1+A_{20}\delta A_2).$$

Здесь A_{10}, A_{20} — номинальные значения параметров A_1, A_2,

$$\delta A_1=\frac{1}{A_{s10}}\sum_{m=1}^{n}A_{s10m}\delta A_{s1m},$$

где A_{s10m} — значения выражений A_{s1} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta G_1=\frac{\delta p_{ji}+\delta u_{ji}}{\delta u_{ji}+1};\;\; \delta A_{e1}=\delta G_1+\delta e^{E_1}+\delta G_1\delta e^{E_1};\, \delta e^{E_1}=(e^{E_1 av})^{\delta e^{E_1}}-1,$$

где $E_1 av$ — среднее значение E_1,

$$\delta E_1=\frac{1}{B_0+C_0+D_0}(C_0\delta C+D_0\delta D);$$

B_0, C_0, D_0 — номинальные значения выражений B, C, D, $\delta B = 0$, так как B — константа,

$$\delta C = 2\delta(H_{\text{эф}j} - L) + \delta^2(H_{\text{эф}j} - L);\ \delta D = \frac{\delta\alpha - \delta u_{ji}}{\delta u_{ji} + 1};\ \delta F = \frac{\delta\alpha - \delta u_{ji\,(H_{\text{эф}} - L)}}{\delta u_{ji\,(H_{\text{эф}} - L)} + 1};$$

$$\delta E = \delta H_{\text{эф}};\ \delta G_a = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{6} A_{e10i}} \sum_{i=1}^{6} A_{e10i} \delta A_{e1i},$$

где A_{e10i} — значения A_{e1i} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta G_{e1} = \delta P_{mj} + \delta G_a + \delta P_{mj} \delta G_a;\ \delta A_{s1} = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{k} G_{e10j}} \sum_{j=1}^{k} G_{e10j} \delta G_{e1j},$$

где G_{e10j} —значения G_{e1j} при номинальных значениях входных параметров.

Для вычисления погрешности входного параметра α получена следующая формула

$$\delta\alpha = \begin{cases} \delta I^{0,9} + \delta e^{-2I} + \delta I^{0,9} \delta e^{-2I}, & I \le 0{,}2, \\ (I - 0{,}1)^{0,575}, & I > 0{,}2, \end{cases}$$

которую следует использовать отдельно для каждого режима, так как данный метод не позволяет проводить оценку при смене режимов.

Выполнив аналогичные вычисления для A_2, получим выражения

$$G_2 = \frac{p_{ji} - u_{ji\,(H_{\text{эф}} - L)}}{\delta u_{ji\,(H_{\text{эф}} - L)} + 1},\quad \delta C_{\text{ср}} = \delta Q + \delta A + \delta Q \delta A,$$

представляющие собой полное аналитическое выражение относительной погрешности для модели (1).

Вычисление относительной погрешности для k-модели Робертса. Аналитическое выражение статистической модификации k-модели Робертса имеет вид

$$C_{\text{ср}} = C_{DP}(x, y) =$$

$$= \frac{Q}{2\pi} \left(\sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} P_{mj} \sum_{i=1}^{6} p_{ji} \frac{1}{x_m \sqrt{k_{y_{ji}} k_{z_i}}} \exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4 k_{y_i} x_m} \right] \exp\left[-\frac{u_j H_{\text{эф}j}^2}{4 k_{z_i} x_m} \right] \times \right.$$

$$\times\exp\left[-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji}}\right]+P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_{ji}}k_{z_i}}}\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_{y_{ji}}x_m}\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{u_j(H_{\text{эф}j}-L)^2}{4k_{z_i}x_m}\right]\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji(H_{\text{эф}j}-L)}}\right]\Bigg), \qquad (3)$$

где $k_{y_{ji}}, k_{z_i}$ — горизонтальный и вертикальный коэффициенты турбулентной диффузии для i-го класса устойчивости атмосферы (м^2/с).

Будем анализировать (3) по частям. Выполним замену переменных: $C_{\text{ср}} = QA$, где $A = A_1 + A_2$. Запишем A_1 в виде

$$A_1=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_1}k_{z_1}}}\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_y x_m}\right]\exp\left[-\frac{H_{\text{эф}j}^2}{4k_z x_m}\right]\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right]=$$

$$=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1 e^{(B+C+D)},$$

где введены следующие параметры:

$$G_1=\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_1}k_{z_1}}}\frac{p_{ji}}{u_{ji}};\quad E_1=B+C+D;\quad B=-\frac{u_j y_m^2}{4k_y x_m};$$

$$C=-\frac{H_{\text{эф}j}^2}{4k_z x_m};\quad D=-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji}}.$$

Введем следующие обозначения:

$$A_1=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1e^{E_1}=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1A_{e1}=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_{s1}=$$

$$=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}G'_{s1}=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}G_{p1}=\sum_{m=1}^{n}G'_{p1},$$

где $A_{e1}=e^{E_1}$; $G_{s1}=G_1e^{E_1}$; $G'_{s1}=\sum_{i=1}^{6}G_{s1}$; $G_{p1}=P_{mj}G'_{s1}$; $G'_{p1}=\sum_{j=1}^{k}G_{p1}$.

Запишем

$$A_2=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_1}k_{z_1}}}\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_y x_m}\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{u_j(H_{\text{эф}}-L)^2}{4k_z x_m}\right]\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji(H_{\text{эф}}-L)}}\right]=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_2 e^{(B+E+F)},$$

где G_1, B — параметры, соответствующие тем же параметрам для A_1;

$$E=-\frac{u_j(H_{\text{эф}}-L)^2}{4k_z x_m};\quad F=-\frac{\alpha\, x_m}{u_{ji(H_{\text{эф}}-L)}}.$$

Для дальнейшего вычисления введем следующие обозначения:

$$A_2=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1 e^{(B+E+F)}=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1 A_{e2}=$$

$$=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_{s2}=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}G'_{s2}=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}G_{p2}=P_{\text{ш}}\sum_{m=1}^{n}G'_{p2}=P_{\text{ш}}G'_{p2},$$

где $A_{e2}=e^{(B+E+F)}$; $G_{s1}=G_1A_{e2}$; $G'_{s2}=\sum_{i=1}^{6}G_{s2}$; $G_{p2}=P_{mj}G'_{s2}$; $G'_{p2}=\sum_{j=1}^{k}G_{p2}$.

С учетом введенных обозначений получим следующие значения погрешностей:

$$\delta C_{\text{ср}}=\delta Q+\delta A+\delta Q\delta A,\quad \delta A=\frac{1}{(A_{10}+A_{20})}(A_{10}\delta A_1+A_{20}\delta A_2).$$

Здесь A_{10}, A_{20} — номинальные значения параметров A_1, A_2;

$$\delta B=\delta u_j;\ \delta D=\delta F=\frac{\delta\alpha-u_{ji}}{u_{ji}+1};$$

$$\delta C=\delta E=\delta u_j+2\delta u_j\delta H_{\text{эф}j}+2\delta H_{\text{эф}j}+\delta^2 H_{\text{эф}j}+\delta u_j\delta^2 H_{\text{эф}j};$$

$$\delta G_1=\delta p_{ji};\ \delta G_{s1}=\delta G_1+\delta A_{e1}+\delta G_1\delta A_{e1};\ \delta G_{p1}=\delta P_{mj}+\delta G'_{s1}+\delta P_{mj}\delta G'_{s1};$$

$$\delta G'_{s1}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{6}G_{e10i}}\sum_{i=1}^{6}G_{s10i}\delta G_{s1i},$$

где G_{s10i} — значения G_{s1i} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta G'_{p1}=\frac{1}{\sum_{j=1}^{k}G_{p10j}}\sum_{j=1}^{6}G_{p10j}\delta G_{p1j},$$

где G_{p10j} — значения G_{p1j} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta A_1 = \frac{1}{\sum_{m=1}^{n} G'_{p10m}} \sum_{m=1}^{n} G'_{p10m} \delta G'_{p1m},$$

где G'_{p10} — значения G'_{p1} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta A_{e1} = (e^{B'})^{\delta B'} - 1; \ \delta A_{e2} = (e^{B''})^{\delta B''} - 1;$$

$$\delta B' = \frac{1}{(B_0 + C_0 + D_0)} (B_0 \delta B + C_0 \delta C + D_0 \delta D);$$

$$\delta B'' = \frac{1}{(B_0 + E_0 + F_0)} (B_0 \delta B + E_0 \delta E + F_0 \delta F); \ \delta G_{s2} = \delta G_1 + \delta A_{e2} + \delta G_1 \delta A_{e2};$$

$$\delta G_{p2} = \delta P_{mj} + \delta G'_{s2} + \delta P_{mj} \delta G'_{s2}; \ \ \delta G'_{s2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{6} G_{s20i}} \sum_{i=1}^{6} G_{s20i} \delta G_{s2i},$$

где G_{s20} — значения G_{s2} при номинальных значениях входных параметров;

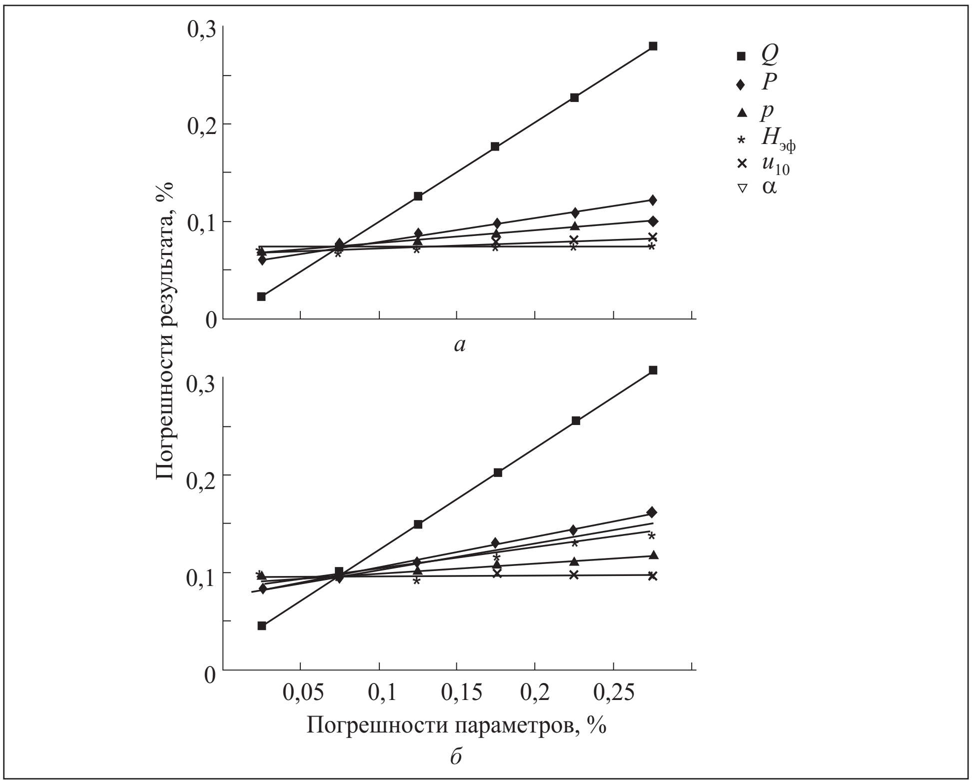
$$\delta G'_{p2} = \frac{1}{G_{p20j}} \sum_{j=1}^{k} G_{p20j} \delta G_{p2j},$$

где G_{p20} — значения G_{p2} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta G''_{p2} = \frac{1}{\sum_{m=1}^{n} G'_{p20m}} \sum_{m=1}^{n} G'_{p20m} \delta G'_{p2m},$$

где G'_{p20m} — значения G'_{p2m} при номинальных значениях входных параметров;

$$\delta A_2 = \delta P_{\text{ш}} + \delta G''_{s2} + \delta P_{in} \delta G''_{s2}.$$



Графики погрешностей для модели МАГАТЭ (*а*) и модели Робертса (*б*)

Результаты численного эксперимента по определению степени влияния погрешностей одного из входных параметров на погрешность моделирования. Для определения влияния погрешностей отдельных параметров на общую погрешность формулы проведены численные эксперименты с использованием полученных моделей. Для вычислений использована среда MathCAD 13, а в качестве тестовых — следующие данные о выбросах диоксида серы от ТЭЦ-5 за июль 2008 года.

Исходные данные для расчета по формулам:

Мощность выброса, г/с	3190
Высота трубы, м	180
Диаметр трубы, м	7,2
Скорость выхода ЗВ, м/с	11
Температура выходящих ЗВ, °С	88
Температура воздуха, °С	21,3
Интенсивность осадков, мм/ч	0,1183

Вероятность скорости ветра, м/с	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	>7
То же, %	17	20	27	19	8	6	2	1
Направление ветра	З	Ю-З	Ю	Ю-В	В	С-В	С	С-З
Вероятность направления ветра, %	9	8	23	20	15	10	10	5

На каждом шаге изменялись значения погрешности одного параметра, значения погрешностей остальных параметров принимались равными 5 %. Результаты экспериментов представлены в табл. 3 и на рисунке.

В результате экспериментов установлено, что на величины погрешностей наиболее существенно влияют погрешности измерения величин выбросов. Меньшее влияние оказывают погрешности определения вероятностей направления и силы ветра. И наименее существенным оказалось влияние погрешности измерения эффективной высоты подъема факела и вычисления коэффициента поглощения веществ, а также коэффициентов турбулентной

Таблица 3. **Погрешности формулы для статистической модификации модели МАГАТЭ и модели Робертса**

Параметр	Размер погрешности входных параметров					
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
$u10$	$\frac{0{,}073}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}076}{0{,}099}$	$\frac{0{,}078}{0{,}099}$	$\frac{0{,}079}{0{,}099}$	$\frac{0{,}081}{0{,}099}$
α	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$
p_{ij}	$\frac{0{,}068}{0{,}087}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}081}{0{,}111}$	$\frac{0{,}087}{0{,}123}$	$\frac{0{,}094}{0{,}135}$	$\frac{0{,}1}{0{,}147}$
$H_{эф}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$
p	$\frac{0{,}068}{0{,}086}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}081}{0{,}112}$	$\frac{0{,}088}{0{,}125}$	$\frac{0{,}094}{0{,}138}$	$\frac{0{,}101}{0{,}151}$
Q	$\frac{0{,}023}{0{,}047}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}126}{0{,}152}$	$\frac{0{,}177}{0{,}204}$	$\frac{0{,}228}{0{,}256}$	$\frac{0{,}279}{0{,}309}$
P	$\frac{0{,}063}{0{,}084}$	$\frac{0{,}075}{0{,}099}$	$\frac{0{,}086}{0{,}115}$	$\frac{0{,}098}{0{,}131}$	$\frac{0{,}11}{0{,}147}$	$\frac{0{,}123}{0{,}163}$
k_y	$\frac{}{0{,}094}$	$\frac{}{0{,}099}$	$\frac{}{0{,}104}$	$\frac{}{0{,}109}$	$\frac{}{0{,}114}$	$\frac{}{0{,}118}$
k_z	$\frac{}{0{,}094}$	$\frac{}{0{,}099}$	$\frac{}{0{,}104}$	$\frac{}{0{,}109}$	$\frac{}{0{,}114}$	$\frac{}{0{,}118}$

Примечание. Над чертой — значения для модели МАГАТЭ, под чертой — значения для модели Робертса.

диффузии для модели Робертса. Следовательно, для повышения точности моделирования наибольшее значение имеет обеспечение точности данных о выбросах. В то же время, погрешности измерения эффективной высоты подъема факела, коэффициента поглощения веществ, а также коэффициентов турбулентной диффузии для модели Робертса практически не влияют на погрешность результата моделирования, поэтому их нельзя измерять, а принять средние значения. Следует также заметить, что значения погрешностей моделирования для модели Робертса выше при одинаковых размерах погрешности параметров, что необходимо учитывать.

Выводы

Полученные аналитические выражения погрешности моделирования для модели МАГАТЭ и *k*-модели Робертса при известных погрешностях входных параметров позволяют проводить оценку достоверности расчетов для используемых моделей распространения примесей в приземном слое атмосферы при известных значениях погрешностей измерения входных параметров, таких как метеорологические параметры, параметры источников выбросов и др.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке средств построения информационно-моделирующих систем оценки состояния атмосферного воздуха с учетом достоверности статистических и мониторинговых данных, а также при проектировании современных сетей мониторинга.

The article deals with assessing the impact of error of the individual factors in input data while modelling the spread of contaminants in surface layer of the atmosphere. In particular, analytical expressions for the calculation of relative error of the results of modelling the spread of contaminants in surface layer of atmosphere are determined, depending on relative error of the input parameters using statistical models modifications IAEA and Roberts' *k*-model. The results of numerical experiments of assessing the impact of the relative error in the input data by changing one of the factors are given.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Попов О.О.* Математичне та комп'ютерне моделювання техногенних навантажень на атмосферу міста від стаціонарних точкових джерел забруднення. Дис. ... канд. техн. наук : 01.05.02 / О.О. Попов. — К., 2010. — 198 с.
2. *Яцишин А.В., Попов О.О., Артемчук В.О.* Комп'ютерні засоби прогнозування техногенних навантажень на атмосферу // Східноєвропейский журнал передових технологій. — 2009. — Вип. 5/2 (41). — С. 33— 36.
3. *Талерко Н.Н.* Физические особенности и ограничения моделей атмосферного переноса радионуклидов для разных пространственно-временных масштабов //Проблеми безпеки атомних електростанцій і Чорнобиля. — 2009. — Вип. 11 — С. 57— 62.

4. *Монин А.С.* Атмосферная диффузия // Успехи физических наук. — 1959. — **37**, № 1. — С. 119—130.
5. *Пампуро В.И.* Анализ радиоцепей и их схемной надежности. — Киев : Техника, 1967. — 324 с.

Поступила 14.03.13;
после доработки 20.03.13

КРИВАКОВСКАЯ Регина Владимировна, аспирант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2005 г. окончила Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна. Область научных исследований — процессы и системы управления, искусственный интеллект.

АРТЕМЧУК Владимир Александрович, канд. техн. наук, докторант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2008 г. окончил Житомирский государственный технологический университет. Область научных исследований — математическое моделирование и численные методы, информационные технологии.