

И. Ф. Киричок

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВИБРОРАЗОГРЕВ ГИБКОЙ ЖЕСТКО ЗАЩЕМЛЕННОЙ ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОЙ БАЛКИ С ПЬЕЗОАКТУАТОРАМИ

*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: term@inmech.kiev.ua*

Abstract. A problem on forced resonance vibrations and dissipative heating of the rigidly clamped thermoviscoelastic beam with piezoelectric actuators is considered with allowance for geometrical nonlinearity in the quadratic approximation. The viscoelastic behavior of passive (without of piezoeffect) and piezoactive materials is described in terms of long-term and complex moduli. To solve the nonlinear problem of electroelasticity and heat conductivity, the method of quasi-linearization together with numerical methods of discrete orthogonalization and finite differences are used. An effect of geometrical nonlinearity, conditions of fastening and heat exchange on the dynamical characteristics, thermal rupture and active damping of the beam using the actuators is studied.

Key words: thermoviscoelastic beam, forced resonance vibrations, dissipative heating, piezoelectric actuators.

Введение.

В последние годы значительный интерес получили исследования об активном демпфировании механических гармонических колебаний тонкостенных элементов с помощью пьезоэлектрических включений (актуаторов) [10, 19, 20]. Современное состояние научных разработок в области активного демпфирования колебаний тонкостенных элементов из упругих и вязкоупругих материалов отображено в ряде монографий [10, 19, 20] и многочисленных статьях [1, 6, 8, 9, 11 – 17 и др.]. В условиях эксплуатации таких элементов при интенсивных гармонических амплитудах нагружения становится необходимым при исследовании процессов их деформирования учитывать эффекты физической и геометрической нелинейностей, а также влияние этих факторов на работоспособность системы и электрические показатели при ее активном демпфировании. Построение электротермомеханических моделей динамического поведения тонкостенных слоистых элементов из вязкоупругих пассивных (без пьезоэффекта) и пьезоактивных материалов, учитывающих физическую и геометрическую нелинейности, а также решение некоторых задач представлены в работах [1, 3 – 5, 13 – 15 и др.]. В статье [1], в частности, рассмотрена возможность гашения вынужденных колебаний шарнирно опертой балки из физически нелинейного материала с помощью пьезоэлектрических актуаторов.

В данной статье рассмотрена задача о вынужденных колебаниях и диссипативном разогреве жестко защемленной гибкой вязкоупругой балки с пьезоэлектрическими актуаторами при электромеханическом гармоническом нагружении. Исследуется влияние геометрической нелинейности на динамические и температурные характеристики балки, коэффициент управления и критические значения амплитуд нагружения, при которых виброзаогрев достигает температуры размягчения пассивного или точки Кюри пьезоактивного материалов. Задача о термомеханическом поведении однослойной балки из вязкоупругого материала в геометрически нелинейной постановке рассмотрена в [6].

1. Постановка задачи.

Рассмотрим трехслойную гибкую балку шириной b и длиной l . Средний слой толщиной h_0 изготовлен из пассивного изотропного материала. Внешние слои толщиной h_1 изготовлены из пьезокерамики с одинаковыми свойствами и толщиной поляризации в противоположных направлениях. Балка отнесена к прямоугольной системе координат xuz , так что $0 \leq x \leq l$, $|y| \leq b/2$, $|z| \leq H/2$ ($H = h_0 + 2h_1$). Края балки жестко заземлены. Материалы слоев предполагаем вязкоупругими с независимыми от температуры свойствами. Принимаем, что верхний ($z \geq h_0/2$) и нижний ($z \leq h_0/2$) пьезослои характеризуются значениями пьезомодулей $-d_{31}$ и d_{31} , соответственно. Внешние ($z = \pm H/2$) и внутренние ($z = \pm h_0/2$) поверхности пьезослоев покрыты бесконечно тонкими электродами. Внутренние электроды поддерживаются при нулевом электрическом потенциале $\varphi(\pm h_0/2) = 0$. Электродированные внешние поверхности пьезослоев бесконечно тонкими разрезами с координатами x_0, x_1 ($0 \leq x_0 \leq x \leq x_1 \leq l$) разделены на отдельные участки. На балку действует поверхностное давление $q_z = q^0 + q' \cos \omega t$ с частотой ω , близкой к резонансной. К внешним электродам электродированного участка (актуатора) площадью $s = b\Delta_x$ ($\Delta_x = x_1 - x_0$) с частотой механического нагружения подведена разность электрических потенциалов $\varphi(H/2) - \varphi(-H/2) = \text{Re}(2V_a e^{i\omega t})$. Электроды на участках $0 \leq x \leq x_0, x_1 \leq x \leq l$ закорочены ($V_a = 0$). Балка находится в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой.

При моделировании электромеханического поведения трехслойной гибкой балки принимаем, что по всему пакету слоев справедлива гипотеза плоских сечений для механических величин и адекватные предположения относительно электрических переменных [2], из которых следует, что электрическая индукция ($D_z = C = \text{const}$) является постоянной по толщине слоя. Температуру по толщине пакета постулируем постоянной. Предполагаем, что деформации малы, но прогибы балки таковы, что в кинематических соотношениях необходимо учитывать квадраты углов поворота. При этом уравнения движения являются также нелинейными. Вязкоупругие свойства пассивного и пьезоактивного материалов описываются интегральными операторами линейной вязкоупругости, которые для гармонических процессов деформирования сведены к операции умножения комплексных величин [2]

$$B * f = (B' + iB'')(f' + if''). \quad (1)$$

Здесь и далее одним и двумя штрихами обозначены действительные и мнимые величины, соответственно; $i = \sqrt{-1}$; $|f| = (f'^2 + f''^2)^{1/2}$.

На основании принятых гипотез трехмерные соотношения вязкоупругой поляризованной вдоль оси z пьезокерамики [2], например, для нижнего слоя имеют вид

$$\sigma_x = c_{11}^E * e_x - b_{31} * E_z; \quad D_z = b_{31} * e_x + b_{33} * E_z; \quad E_z = -\partial\varphi / \partial z. \quad (2)$$

Здесь $c_{11}^E = 1 / s_{11}^E$; $b_{31} = d_{31} / s_{11}^E$; $b_{33} = \varepsilon_{33}^T - d_{31}^2 / s_{11}^E$; $s_{11}^E *$, $d_{31} *$, $\varepsilon_{33}^T *$ – соответственно, изотермические операторы податливости, пьезомодуля и диэлектрической проницаемости пьезоматериала. Для верхнего пьезослоя в (2) необходимо d_{31} заменить на $-d_{31}$. Поведение пассивного изотропного материала описываем первой зависимостью из (2), в которой необходимо положить $c_{11}^E = E$, $b_{31} = 0$ (E – вязкоупругий модуль Юнга). В дальнейшем знак $*$ опускаем.

Связь деформации e_x с продольным u и нормальным w перемещениями имеет вид

$$e_x = \varepsilon_x + z\kappa_x; \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\mathcal{G}_x^2; \quad \kappa_x = \frac{\partial \mathcal{G}_x}{\partial x}; \quad \mathcal{G}_x = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad (3)$$

где ϑ_x – угол поворота.

Из последних двух соотношений (2) с учетом (3) имеем равенство

$$\varphi = -\frac{C}{b_{33}}z + \frac{b_{31}}{b_{33}}\left(\varepsilon_x z + \frac{1}{2}\kappa_x z\right)^2 + C_1, \quad (4)$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Удовлетворяя (4) электростатическим граничным условиям $\varphi(\pm H/2) = \pm V_a$, $\varphi(\pm h_0/2) = 0$ с учетом направления поляризации в пьезослоях и второго соотношения из (2), получим

$$\mp D_z = \mp C = -b_{33}\frac{V_a}{h_1} \mp b_{31}\left(\varepsilon_x \pm \frac{h_0 + h_1}{2}\kappa_x\right); \quad \mp E = -\frac{V_a}{h_1} - \frac{b_{31}}{b_{33}}\left(\frac{h_0 + h_1}{2} \mp z\right)\kappa_x. \quad (5)$$

В соотношениях (5) верхний и нижний знаки относятся к верхнему и нижнему пьезослоям, соответственно.

Вводя вместо механических напряжений (2) интегральные величины усилий $N_x = b \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_x dz$ и моментов $M_x = b \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_x z dz$ по пакету слоев с учетом зависимостей (3), (5), имеем

$$N_x = C_{11} * \varepsilon_x; \quad M_x = D_{11} * \kappa_x + M_E; \quad (6)$$

$$(C_{11} = bh_0(E + 2\delta c_{11}^E); \quad D_{11} = \frac{bh_0^3}{12}(E + 2\delta_0^3 c_{11}^E + 2\delta^3 \gamma_{33}); \quad \delta = h_1 / h_0; \quad (7)$$

$$M_E = -bh_0(1 + \delta)b_{31}V_a; \quad \delta_0^3 = 3\delta + 6\delta^2 + 4\delta^3; \quad \gamma_{33} = b_{31}^2 / b_{33}).$$

Уравнения нелинейных колебаний гибкой балки в силу принятых гипотез имеют вид [10]

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = \rho_* \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial \bar{Q}_x}{\partial x} = \rho_* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q_z F; \quad \frac{\partial M_x}{\partial x} = \bar{Q}_x + N_x \vartheta_x. \quad (8)$$

В уравнениях (8) $\bar{Q}_x = Q_x - N_x \vartheta_x$; $F = bH$ – площадь поперечного сечения балки; Q_x – перерезывающее усилие; $\rho_* = bh_0(\rho_0 + 2\rho_1 \delta)$; ρ_0, ρ_1 – удельные плотности пассивного и пьезоактивного материалов, соответственно.

При жестком закреплении краев балки механические граничные условия имеют вид

$$u = 0; \quad w = 0; \quad \vartheta_x = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad x = l. \quad (9)$$

Усредненное за период колебаний и в плоскости поперечного сечения уравнение энергии рассматриваемой балки представим так:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{2\alpha_z(b+H)}{\lambda F}(T - T_c) + \langle W \rangle \quad (10)$$

$$\left(\langle W \rangle = \frac{\omega b}{\lambda F} \int_{-H/2}^{H/2} (\sigma_x' e_x' - \sigma_x'' e_x'' + D_z' E_z'' - D_z'' E_z') dz \right) \quad (11)$$

– усредненная скорость диссипации; $\alpha_z = (\alpha_+ + \alpha_-) / 2$; α_+, α_- – коэффициенты теплообмена на поверхностях $z = \pm H/2$; λ, a – усредненные коэффициенты теплопроводности и температуропроводности; T_c – температура внешней среды).

Начальное и граничные тепловые условия на краях балки имеют следующий вид:

$$T = T_0 \quad (t = 0); \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \pm \alpha_{0,l} (T - T_c) \quad (x = 0, l), \quad (12)$$

где $\alpha_{0,l}$ – коэффициенты теплообмена; T_0 – начальная температура.

2. Построение решения задачи.

При построении решения поставленной задачи разрешающие уравнения электро-вязкоупругости (3), (6), (8) представим относительно искомым величин $u, w, \vartheta_x, N_x, \bar{Q}_x, M_x$, записав соотношения (3), (6) в таком виде:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = J_c * N_x - \frac{1}{2} \vartheta_x^2; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = -\vartheta_x; \quad \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} = -J_D * M_x - J_D * M_E; \quad (13)$$

$$J_c = 1/C_{11}; \quad J_D = 1/D_{11}. \quad (14)$$

При нагрузках типа

$$q_z = q^0(x) + q'(x) \cos \omega t - q''(x) \sin \omega t \quad (q'' = 0) \quad (15)$$

пренебрегаем переходными процессами, ограничиваясь рассмотрением квазистационарных вынужденных колебаний и обусловленного составляющей $q^0(x)$ квазистатического напряженно-деформируемого состояния. Приближенное решение нелинейных уравнений (8), (13), (14) строим в виде гармонического ряда во времени [6]. Ограничимся построением решения в одночастотном приближении для переменных $A = \{w, \vartheta_x, \bar{Q}_x, M_x\}$, характеризующих изгиб балки, и при удержании до второй гармоники включительно в рядах для переменных $B = \{u, N_x, \varepsilon_x\}$ плоского деформирования балки, так что имеем равенства

$$A = A^0 + A^1 \cos \omega t - A^2 \sin \omega t; \quad B = B^0 + \sum_{k=1}^2 (B^k \cos k\omega t - B''^k \sin k\omega t). \quad (16)$$

Применяя изложенный в [6] подход, из разрешающих уравнений (8), (13) с граничными условиями (9) относительно коэффициентов представления (16) получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений порядка $N = 22$. Линеаризуя полученную систему с помощью метода квазилинеаризации [2], приходим к последовательности решений линейных краевых задач вида

$$\frac{d\bar{Y}^{n+1}}{dx} = A(J(k\omega), \bar{Y}^n) \bar{Y}^{n+1} + \bar{F}(q, M_E, \bar{Y}^n); \quad (17)$$

$$B_1 \bar{Y}^{n+1}(0) = 0; \quad B_2 \bar{Y}^{n+1}(l) = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

в которых $\bar{Y} = \{u^1, u^2, u^3, u^4, w^1, w^2, \vartheta_x^1, \vartheta_x^2, N_x^1, N_x^2, N_x^3, N_x^4, \bar{Q}_x^1, \bar{Q}_x^2, M_x^1, M_x^2, u^0, w^0, N_x^0, \vartheta_x^0, \bar{Q}_x^0, M_x^0\}^T$ – вектор-столбец искомым функций; A и \bar{F} – квадратичная матрица порядка N системы дифференциальных уравнений и вектор-столбец ее правых частей, элементы которых из-за громоздкости не выписываются; \bar{Y}^{n+1}, \bar{Y}^n – решения на $(n+1)$ -ой и n -ой итерациях; B_1, B_2 – прямоугольные матрицы, которые определяются из условий (9).

На каждом шаге итерационного процесса задачу (17) решаем с помощью устойчивого метода дискретной ортогонализации [2]. При заданных амплитуде и частоте

нагрузки в качестве первого приближения имеем решение задачи колебаний в линейной постановке. При расчете амплитудно-частотных характеристик применяем прием продолжения решения по параметру частоты. Такая схема существенно уменьшает количество итераций, необходимых для решения нелинейной задачи. После решения нелинейной задачи вычисляем диссипативную функцию (11), которая в терминах искомых величин имеет вид

$$\langle W \rangle = \frac{\omega}{2\lambda F} \left\{ N_x'' \varepsilon_x' - N_x' \varepsilon_x'' + 2(N_x'' \varepsilon_x' - N_x' \varepsilon_x'') + M_x'' \kappa_x' - M_x' \kappa_x'' - \right. \\ \left. -(h_0 + h_1)b[(b_{31}'' \kappa_x' + b_{31}' \kappa_x'')V_a' + (b_{31}'' \kappa_x'' - b_{31}' \kappa_x')V_a''] + 2bb_{33}''(V_a'^2 + V_a''^2) / h_1 \right\}. \quad (18)$$

Задача теплопроводности (10), (12) с учетом (18) решается методом конечных разностей с использованием явной схемы.

При активном демпфировании механических колебаний гибкой балки пьезоактуаторами необходимо определить амплитуду и фазу электрического потенциала V_a для компенсации действия механической нагрузки. Ограничимся случаем гармонического нагружения балки поперечным давлением (15) постоянной амплитуды $q'(x) = q_0 (q^0 = 0)$ и определим компенсирующий показатель актуатора зависимостью [12]

$$V_a = k_a (\Delta) q_0, \quad (19)$$

в которой k_a – коэффициент управления; $\Delta = (x_1 - x_0) / l$ – безразмерный параметр, характеризующий размер актуатора по длине балки.

Коэффициент k_a вычисляется на основании решения линейной задачи по формуле [12]

$$k_a = |w_{q\max}| / |w_{E\max}|. \quad (20)$$

Здесь $|w_{q\max}|$ – максимальное значение амплитуды прогиба балки на частоте линейного резонанса при нагрузке $q_0 = 1Pa (V_a = 0)$, а $|w_{E\max}|$ – амплитуда, обусловленная действием на электроды пьезоактуатора потенциалов $\pm V_a = 1B (q_0 = 0)$. Противофазность действия электрического нагружения для компенсации поперечного давления учитываем с помощью зависимости $V_a \cos(\omega t + \pi) = -V_a \cos \omega t$.

3. Результаты расчетов и их анализ.

Численные расчеты проведены для балки, пассивный слой которой выполнено из полиметилметакрилата [7] с такими характеристиками:

$$E = E' + iE''; \quad E' = E \cdot (k\omega)^p; \quad E'' = E' \beta (k\omega)^q \quad (k = 1, 2); \quad E^0 = 0,308 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \quad \nu'' = 0; \\ \beta = 0,16; \quad q = -0,145; \quad p = 0,076; \quad \nu' = 0,35; \quad \rho_0 = 2770 \text{ кг/м}^3; \quad \lambda = 0,45 \text{ Вт / (м} \cdot \text{°C)}.$$

Пьезослой изготовлены из вязкоупругой пьезокерамики типа ЦТСтБС – 2 [14], электромеханические характеристики которой следующие:

$$s_{11}^{E*} = (12,5 - 0,02i) \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 / \text{Н}; \quad d_{31}^* = (-1,6 + 0,0064i) \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}; \quad \nu_E' = 0,37; \\ \nu_E'' = 0; \quad \varepsilon_{33}^{T*} = (21 - 0,735i) \cdot 10^2 \varepsilon_0; \quad \varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \quad T_0 = T_c = 20^\circ\text{C}; \\ \rho_1 = 7520 \text{ кг/м}^3; \quad \lambda = 0,47 \text{ Вт / (м} \cdot \text{°C)}.$$

Геометрические размеры балки таковы: $h_0 = 0,01\text{м}$; $b = H = (h_0 + 2h_1)$.

В силу способа нагружения и конструктивной симметрии в рассматриваемой балке реализуются, в основном, изгибные колебания. Поэтому расчеты проведены для частот нагружения, близких к первой резонансной частоте изгибной моды колебаний.

На рис. 1 в зависимости от безразмерного параметра Δ пьезоактуатора показаны рассчитанные на резонансной частоте ω_p кривые изменения максимальной амплитуды прогибов $\tilde{w}_E = |w(0,5)| \cdot 10^4$ м (штрих-пунктирные линии) при подводе к внешним электродам актуатора электрических потенциалов $\pm V_a' = 1B$ ($V_a'' = 0, q^0 = q_0 = 0$) и рассчитанного по формуле (20) коэффициента $\tilde{k}_a = k_a \cdot 10^2$ В/Па (сплошные линии). Кривые 1 соответствуют параметрам длины балки, толщины актуатора и частоты: $l = 0,4$ м; $\delta = 0$ ($\omega_p = 560$ с $^{-1}$); 10^{-3} ($\omega_p = 565$ с $^{-1}$); $5 \cdot 10^{-3}$ ($\omega_p = 652$ с $^{-1}$), а кривые 2 – $l = 0,2$ м; $\delta = 0$ ($\omega_p = 2280$ с $^{-1}$); 10^{-3} ($\omega_p = 2370$ с $^{-1}$); $5 \cdot 10^{-3}$ ($\omega_p = 2710$ с $^{-1}$). Пьезоактуаторы на поверхностях $z = \pm H/2$ балки располагали так, чтобы их центр совпадал с точкой ($x = 0,5l$) максимальных прогибов.

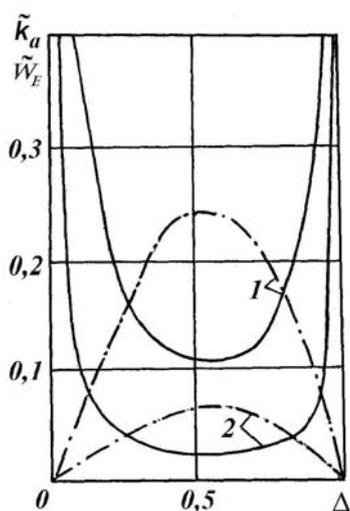


Рис. 1

Из анализа кривых на рис. 1 и проведенных числовых экспериментов следует, что для жестко защемленной балки оптимальным является минимальной площади актуатор, который при электрическом нагружении вызывает максимальные прогибы. Его центр совпадает со серединой балки, а площадь характеризуется параметром $\Delta = 0,55$. Значение этого параметра не зависит от относительных значений толщины $\delta = h_1/h_0$ пьезо-слоев и длины l балки. Коэффициент управления k_a оптимального актуатора возрастает с увеличением длины балки. Влиянием толщины пьезослоев при $\delta \leq 10^{-2}$ в расчетах k_a можно пренебречь. Ниже расчеты реализованы для балки длиной $l = 0,4$ м с параметрами пьезоактуатора $\Delta = 0,55$; $\delta = 5 \cdot 10^{-3}$.

На представленных ниже рис. 2, 3 результаты, характеризующиеся штриховыми кривыми, соответствуют решению линейной задачи, а сплошными –

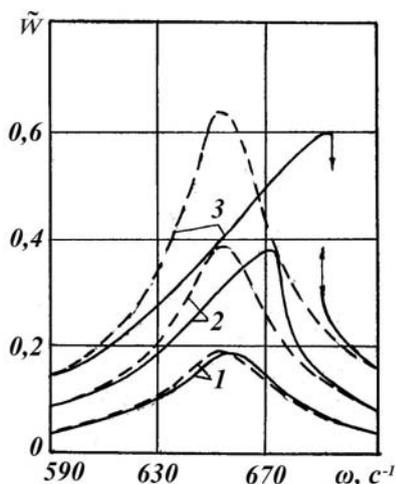


Рис. 2

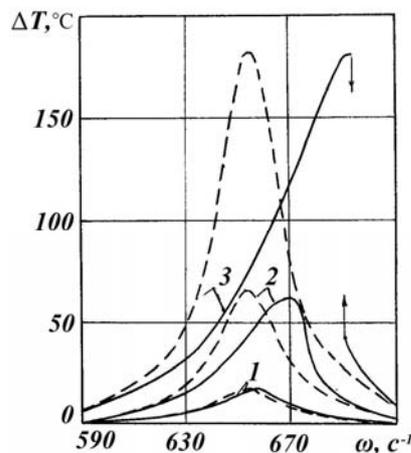


Рис. 3

задачи при учете геометрической нелинейности (принято, что $\alpha_{\pm} = \alpha_{0,i} = \alpha$). На рис. 2 и 3 показаны кривые 1, 2, 3 амплитудно-частотных (АЧХ) и температурно-частотных (ТЧХ) характеристик относительных максимальных амплитуд $\tilde{w} = |w(0,5l)|/h_0$ (рис. 2) и установившейся ($\tau = at/l^2 = 0,1$) температуры виброразогрева $\Delta T = T(0) - T_0$ (рис. 3), соответственно, рассчитанные в случае механического нагружения с амплитудами $q_0 = 0,75 \cdot 10^5$; $0,15 \cdot 10^6$; $0,25 \cdot 10^6$ Па ($V_a = 0$) при $\alpha = 10$ Вт/(м²·град).

На рис. 4 на частоте колебаний $\omega = 652 \text{ с}^{-1}$ рассматриваемой балки показаны кривые зависимостей максимального значения относительных прогибов $\tilde{w} = |w(0,5l)|/h_0$ от величины амплитуды механической нагрузки q_0 .

Анализ графиков на рис. 2 – 4 показывает, что влиянием геометрической нелинейности в задаче о вынужденных колебаниях гибкой балки можно пренебречь при нагрузках, вызывающих относительные прогибы $\tilde{w} < 0,2$ на частоте линейного резонанса. При увеличении нагрузки учет геометрической нелинейности приводит к известному эффекту повышения резонансной частоты и трансформации АЧХ и ТЧХ в характеристики жесткого типа [6]. При этом максимальные значения амплитуд прогибов на частотах линейного и нелинейного резонансов мало отличаются. Такой результат является подтверждением правомерности расчетов коэффициента управления k_a (20) на основании решения линейной задачи.

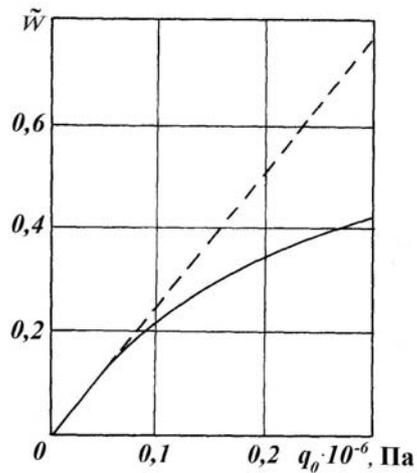


Рис. 4

Распределение относительных прогибов \tilde{w} и установившейся температуры виброразогрева T вдоль оси балки на частоте $\omega = 652 \text{ с}^{-1}$ и с параметрами механического нагружения, отвечающие кривым 3 (рис. 2), представлены на рис. 5 и 6. Видно, что при жестком закреплении балки максимальная температура разогрева достигается в окрестности ее торцов. Учет геометрической нелинейности (сплошные кривые) на частоте линейного резонанса приводит к снижению уровня амплитуды прогибов и температуры виброразогрева.

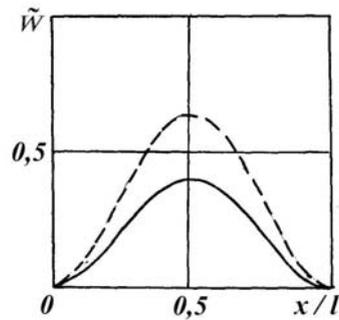


Рис. 5

Для компенсации вынужденных колебаний балки с амплитудами нагрузки $q_0 = 0,75 \cdot 10^5$; $0,15 \cdot 10^6$; $0,25 \cdot 10^6$ Па, при которых рассчитаны АЧХ (рис. 2) и ТЧХ (рис. 3), по формуле (19) при $k_a = 0,107 \cdot 10^{-2}$ В/Па (рис. 1), находим следующие значения потенциала: $V_a = 80,25$; $160,5$; $267,5$ В. АЧХ и ТЧХ, соответствующие электрической нагрузке при этих значениях V_a , кривыми 1, 2, 3 показаны на рис. 7 и 8. Штрихпунктирные кривые 1, 2, 3 рассчитаны для случая

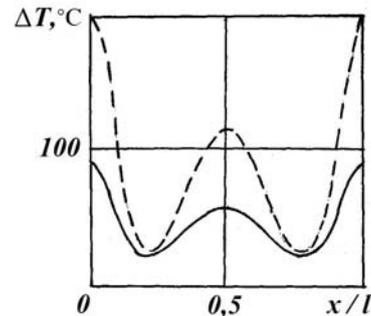


Рис. 6

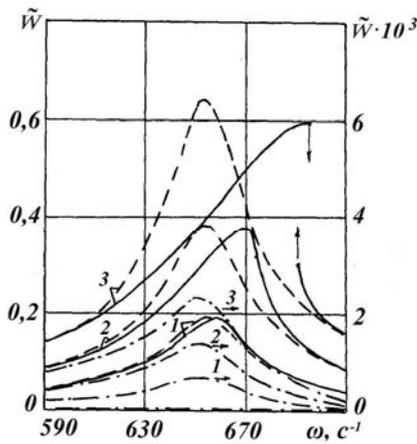


Рис. 7

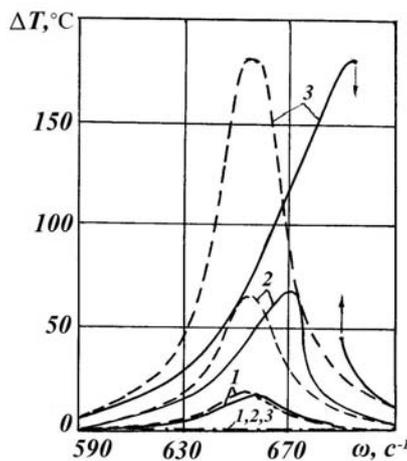


Рис. 8

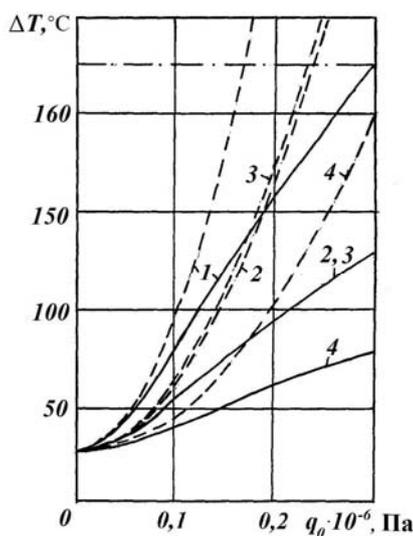


Рис. 9

совместного противофазного воздействия на балку указанных механической q_0 и электрической V_a нагрузок. Видно, что при таком нагружении амплитуды прогибов балки уменьшаются более, чем на два порядка, а температура виброразогрева – близка к начальной. Этот результат может быть обоснованием возможности гашения механических колебаний с помощью пьезоактуаторов при подводе к их электродам в противофазе соответствующей величины разности электрических потенциалов. При этом величину компенсирующего электрического потенциала V_a с достаточной для практики точностью можно рассчитать на основе решения линейной задачи.

При вынужденных колебаниях тонкостенных слоистых элементов из пассивных и пьезоактивных вязкоупругих составляющих потеря работоспособности системы может произойти из-за достижения температуры виброразогрева критического значения, при котором либо пассивная составляющая размягчается, достигая температуры плавления, либо пьезоактивная – деполаризуется, достигая температуры Кюри. Поэтому при проектировании таких конструкций одним из условий является определение критических электромеханических нагрузок, при которых температура виброразогрева достигает критического значения.

На рис. 9 зависимости установившейся ($\tau = 0,1$) температуры диссипативного разогрева T на торце ($x = 0$) и в центре ($x = 0,5l$) балки от амплитуды механической нагрузки q_0 на частоте линейного резонанса $\omega = 652 c^{-1}$ показаны кривыми 1, 2 при $\alpha = 5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, а кривыми 3, 4 – при $\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, соответственно. Для коэффициента теплообмена $\alpha = 5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ эволюция температуры виброразогрева T во времени τ в указанных точках $x = 0, x = 0,5l$ механически нагруженной балки показана на рис. 10. Здесь кривые 1, 2 рассчитаны при $q_0 = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$, а кривые 3, 4 – $q_0 = 0,3 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Для рассматриваемой балки с пьезоактуаторами критическая температура размягчения полиметилметакрилата близка к температуре деполаризации пьезокерамики $T_p = T_k = 180^{\circ}C$, значение которой на рис. 9 и 10 отмечено штрихпунктирной линией.

Из анализа представленных на этих рисунках результатов следует, что учет геометрической нелинейности на до- и резонансных частотах нагружения по сравнению с результатами решения линейной задачи приводит к снижению температуры виброразогрева и тем самым увеличивает значения критической нагрузки $q_0 = q_{kp}$ и времени $\tau = \tau_{kp}$, при которых достигается значение температуры размягчения пассивного или деполяризации пьезоактивного материалов.

Отметим, что при электрическом возбуждении колебаний балки с помощью пьезоактуатора зависимости максимального прогиба (рис. 4) и температуры виброразогрева остаются такими же, если каждому значению q_0 поставить в соответствие рассчитанные по формуле (19) значения электрического потенциала V_a .

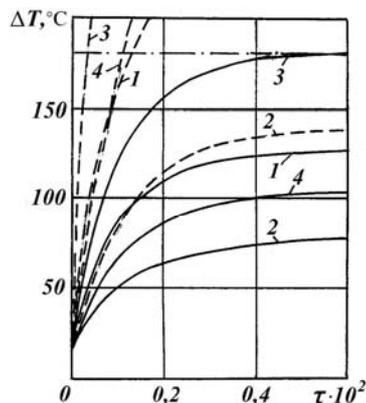


Рис. 10

Заключение.

Представлены приближенная постановка и численное решение задачи о резонансных вынужденных колебаниях и диссипативном разогреве жестко зашпеленной вязкоупругой гибкой балки с пьезоактуаторами при электромеханическом моногармоническом нагружении. Исследовано влияние геометрической нелинейности, условий жесткого закрепления и теплообмена на поверхностях балки на динамические характеристики, температуру разогрева, величину критических значений амплитуд нагружения, при которых виброразогрев достигает температуры размягчения пассивного материала либо деполяризации пьезоматериала актуатора. Численными расчетами показана возможность гашения механических колебаний балки с помощью пьезоактуаторов.

РЕЗЮМЕ Розглянуто задачу про вимушені резонансні коливання і дисипативний розігрів жорстко зашпеленої термов'язкопружної балки з п'єзоелектричними актуаторами при врахуванні геометричної нелінійності в квадратичному наближенні. В'язкопружну поведінку пасивного (без п'єзоєфекту) і п'єзоактивного матеріалів описано в термінах тривалих і комплексних модулів. Для розв'язування нелінійної задачі електров'язкопружності і теплопровідності використано метод квазілінеаризації в поєднанні з чисельними методами дискретної ортогоналізації і кінцевих різниць. Досліджено вплив геометричної нелінійності, умов жорсткого закріплення і теплообміну на динамічні характеристики, температуру дисипативного розігріву, термічне руйнування балки та активне демпфування балки за допомогою п'єзоактуаторів.

1. Жук Я.А., Сенченков И.К. Моделирование стационарных колебаний и диссипативного разогрева тонкостенных неупругих элементов, содержащих пьезоактивные слои // Прикл. механика. – 2004. – 40, № 5. – С. 80 – 91.
2. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Электротермовязкоупругость. – К.: Наук. думка, 1988. – 320с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5-ти т.; Т. 4).
3. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф., Козлов В.И. Электромеханические колебания тонкостенных элементов с пьезоэффектом // Успехи механики: в 6-ти т.; Т. 2. – К.: «АСК», 2006. – С. 185 – 217.
4. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф., Козлов В.И. Влияние температуры диссипативного разогрева на активное демпфирование вынужденных колебаний неупругих тонких пластин при помощи пьезоэлектрических сенсоров и актуаторов / «Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі». – К.: Наук. думка, 2007. – С. 127 – 152.
5. Карнаухов В.Г., Козлов В. И., Карнаухова Т.В. Моделирование вимушенних резонансних коливань і дисипативного розігріву гнучких вязкопружних пластин із розподіленими п'єзоактуаторами // Фізико – математичні моделювання та інформаційні технології. – 2008. – Вип. 8. – С. 48 – 67.
6. Сенченков И.К., Киричок И.Ф. Вынужденные нелинейные колебания и диссипативный разогрев вязкоупругой балки // Прикл. механика. – 1987. – 23, № 1. – С. 91 – 97.

7. *Стивенс К.* Поперечные колебания вязкоупругого стержня с начальной кривизной под действием периодической осевой силы // Прикл. механика. Сер. Е, Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. – 1969, – № 4 – С. 168 – 173.
8. *Brennan M., Elliot S., Pinnington R.* The dynamic coupling between piezoceramic actuators and a beam // JASA. – 1997. – **102**, N 4. – P. 1931 – 1942.
9. *Blaguenon A., Lene F., Bernadou M.* Active control of a beam using a piezoceramic element // Smart Mater. Struct. – 1999. – **8**. – P. 116 – 124.
10. *Gabbert U., Tzou H.S.* Smart structures and structronic systems. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001. – 384 p.
11. *Karlash V.L.* Forced Electromechanical Vibrations of Rectangular Piezoceramic Bars with Separated Electrodes // Int. Appl. Mech. – 2013. – **85**, N 3 – P. 360 – 368.
12. *Kirichok I. F.* Control of Axisymmetric Resonant Vibrations and Self-Heating of Shells of Revolution with Piezoelectric Sensor and Actuator // Int. Appl. Mech. – 2010 – **46**, N 8. – P. 890 – 901.
13. *Kirichok I.F.* Forced Resonant Vibrations and Self-Heating of Flexible Circular Plate with Piezoactuators // Int. Appl. Mech. – 2012 – **48**, N 5. – P. 583 – 591.
14. *Kirichok I.F.* Forced Monoharmonic Vibrations and Self-Heating of Viscoelastic Flexible Circular Plates with Piezoelectric Layers // Int. Appl. Mech. – 2013 – **49**, N 6. – P. 715 – 725.
15. *Lee C.K.* Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensor/ actuators. Part I: Governing equations and reciprocity relations // J. Acoust. Soc. Amer. – 1990. – **87**, 3. – P. 1144 – 1158.
16. *Lee C.K., Moon F.C.* Laminated piezopolymer plates for torsion and bending sensor and actuators // J. Acoust. Soc. Amer. – 1989. – **85**, N 6. – P. 2432 – 2439.
17. *Liu G.R., Peng X.Q., Lam K.Y.* Vibration control simulation of laminated composite plates with integrated piezoelectrics // J. Sound and Vibr. – 1999. – **220**. – P. 827 – 846.
18. *Rao S.S., Sunar M.* Piezoelectricity and its use in disturbance sensing and control of structure: A Survey // Appl. Mech. Rev. – 1994. – **47**, N 44. – P. 113 – 123.
19. *Tzou H.S.* Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). – Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers, 1993. – 400 p.
20. *Tzou H.S., Anderson G.L.* (Eds.) Intelligent Structural Systems. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992. – 453 p.

Поступила 02.11.2011

Утверждена в печать 03.12.2013

